КРАМАТОРСЬК

В.Ф. Соломіна, А.В Тишкевич.

ФІЗИКА

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ КВАНТОВА МЕХАНІКА

Навчальний посібник
до практичних занять
та самостійної роботи

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

Соломіна В.Ф.,Тишкевич А.В.

ФІЗИКА
КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ. КВАНТОВА МЕХАНІКА

Навчальний посібник
до практичних занять
та самостійної роботи

Затверджено
на засіданні вченої ради.
Протокол №….. від 2008 р

Краматорськ 2008

УДК 53..
ББК 22.3
С.

Рецензенти:

Надточий В.А, доцент, зав. кафедрою фізики Слов'янського державного педагогічного університету;

Чальцева І.В., кандидат фізико-математичних наук, доцент Краматорського економіко-гуманітарного інституту.

В посібнику приведені короткі теоретичні відомості, методичні вказівки та приклади застосування теоретичного матеріалу при розв'язуванні задач, приведена достатня кількість задач для самостійної роботи, а також контрольні питання для підготовки до тестового контролю знань з розділів «Коливання та хвилі. Електромагнітне випромінювання. Квантова механіка» для студентів денного відділення інженерно-технічних спеціальностей технічного вузу.

Соломіна В.Ф.,Тишкевич А.В.
С **Фізика :** Електромагнітне випромінювання. Квантова механіка.
. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – Кільк. сторінок.
ISBN ………..

В посібнику приведені короткі теоретичні відомості, методичні вказівки та приклади застосування теоретичного матеріалу при розв'язуванні задач, приведена достатня кількість задач для самостійної роботи, а також контрольні питання для підготовки до тестового контролю знань з розділів «Коливання та хвилі. Електромагнітне випромінювання. Квантова механіка» для студентів денного відділення інженерно-технічних спеціальностей технічного вузу.

УДК 53
ББК 22.33
ISBN

Навчальне видання

СОЛОМІНА Вікторія Федорівна
ТИШКЕВИЧ Анатолій Володимирович

ФІЗИКА
Коливання та хвилі.
Електромагнітне випромінювання.
Квантова механіка.
Навчальний посібник
до практичних занять
та самостійної роботи

Редактор О.О.Дудченко

Комп’ютерна верстка О.П.Ордіна

223/2007 Підп. до друку Формат 60х84/16
Папір офсетний. Ум. друк.арк . Обл.-вид.арк. .
Тираж прим. Зам.№

Видавець і виготівник
«Донбаська державна машинобудівна академія»
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72
Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи до Державного реєстру
серія ДК №1633 від 24.12.2003

ЗМІСТ

ВСТУП

Даний навчальний посібник є третьою частиною посібника до практичних занять при вивченні загального курсу фізики в технічному вузі.

Мета даного посібника надати допомогу студентам в підготовці до практичних занять при вивченні коливальних процесів і їх поширення, електромагнітного випромінювання і його взаємодії з речовиною, елементів квантової механіки, фізики атома і ядра..

Особливу увагу приділено методиці розв’язання задач до даних розділів, підібрані задачі для самостійної роботи, надані питання для закріплення теоретичного матеріалу, перевірки знань основних понять і законів.

Уміння розв’язувати конкретні фізичні задачі завжди визиває у студентів найбільші затруднення. В деяких випадках крім знання формул необхідно знання спеціальних методів, прийомів загальних для певних груп задач а в інших здібність до аналітичного мислення. Цим аспектам навчання розв’язанню задач не завжди приділяється потрібна увага і крім того мало на українській мові літератури, необхідної для проведення практичних занять з загального курсу фізики в вузі. Даний посібник має мету допомогти перш за все тим, хто самостійно працює над вивченням дисципліни «Фізика».

В посібнику приведені контрольні запитання і задачі, які пропонуються для розв’язання на практичних заняттях і для закріплення навичок застосування теоретичного матеріалу при самопідготовці до заліків та екзаменів..

5.КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Основні поняття та формули.

Всякий рух або зміна стану тіла, що характеризується тим чи іншим ступенем повторюваності в часі значень фізичних величин, що визначають цей рух або стан тіла, називається коливанням.

Найпростішим типом періодичних коливань є гармонічні коливання.

Рівнянням вільних гармонічних незгасаючих коливань будь-якої коливної системи є рівняння:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де x – значення змінної величини в деякий момент часу;

A - амплітуда коливань - максимальне значення величини, що коливається;

$(\omega t + \varphi)$ - фаза коливань в момент часу t

ω_0 - кругова, або циклічна, частота власних незгасаючих коливань

φ_0 - початкова фаза коливання в момент часу t=0.

Час, протягом якого здійснюється одне повне коливання, називається періодом коливань:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Частота коливань – число коливань за одиницю часу:

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

Циклічна частота – число коливань за 2π секунд. Циклічна частота пов'язана з періодом коливань і частотою

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Коливний процес матеріальної точки характеризується її швидкістю і прискоренням:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi),\ \upsilon = -\upsilon_0 \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

де $\upsilon_0 = A\omega_0$ - амплітуда швидкості;

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega_0{}^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0{}^2 x,$$

де $a_0 = A\omega_0{}^2 = \upsilon_0\omega_0 -$ амплітуда прискорення.

Зміщення, швидкість і прискорення точки, що гармонічно коливається, є періодичними функціями часу з однаковими циклічною частотою і періодом.

Сила F, що діє на коливну матеріальну точку прямо пропорційна до зміщення і завжди напрямлена до положення рівноваги. Фаза сили збігається з фазою прискорення.

$$F = -kx, \quad F = ma$$

де k – коефіцієнт квазіупружної сили.

$$k = m\omega_0^2.$$

Диференціальне рівняння вільних прямолінійних гармонічних коливань, збуджених пружними або квазіупружними силами:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0{}^2 x = 0,$$

частковими розв’язками якого є функції:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ і } x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Кінетична енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання дорівнює:

$$E_k = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega_0{}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Потенціальна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіупружної сили дорівнює:

$$E_k = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega_0{}^2 x^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна механічна енергія коливної матеріальної точки:

$$E_k = \frac{1}{2} m \upsilon_м^{\ 2} = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^{\ 2} = \frac{1}{2} k A^2.$$

Період коливань лінійної механічної коливної системи залежить від її параметрів:

а)для пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

б) для математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

в) для фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}.$$

При додаванні гармонічних коливань одного напрямку і однакової частоти амплітуда результуючого коливання залежить від різниці початкових фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ коливань, що додаються:

$$A = \sqrt{A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Початкова фаза результуючого коливання:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

Матеріальна точка, що бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з однаковою частотою ($x = A_1 \cos\omega \cdot t$, $y = A_2 \cos(\omega \cdot t + \Delta\varphi)$) буде рухатись по криволінійній траєкторії, форма якої буде залежати від різниці фаз обох коливань:

$$\frac{x^2}{A_1^{\ 2}} - 2\frac{x}{A_1} \cdot \frac{y}{A_2} \cos\Delta\varphi + \frac{y^2}{A_2^{\ 2}} = \sin^2 \Delta\varphi;$$

а) якщо різниця фаз $\Delta\varphi = \pm 2m\pi$, (m= 0,1,2,..), то траєкторія - пряма лінія:

$$y = \frac{A_1}{A_2} x,$$

б) якщо різниця фаз $\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi$, (m= 0,1,2,..), то траєкторія - пряма лінія:

$$y = -\frac{A_1}{A_2}x;$$

в) якщо різниця фаз $\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi/2$, (m= 0,1,2,..), то траєкторія - еліпс, осі якого збігаються з осями координат:

$$\frac{x^2}{A_1{}^2} + \frac{y^2}{A_2{}^2} = 1.$$

При дії на коливальну систему сил опору виникають згасаючі коливання, амплітуда яких поступово зменшується.

Диференцільне рівняння згасаючих механічних коливань одержується згідно другого закону Ньютона:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = 0$$

Рівняння загасаючих коливань є його розв'язком:

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $\delta = \frac{r}{2m}$ - коефіцієнт загасання;

$\omega_0 = \frac{k}{m}$ - частота з якою б здійснювались би вільні коливання за відсутності опору середовища;

$\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - \delta^2}$ - власна циклічна частота загасаючих коливань;

$A = A_0 e^{-\delta t}$ – амплітуда загасаючих коливань,

Логарифмічний декремент загасання:

$$\chi = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

де τ - час релаксації;

T – період коливань;

N – число коливань, після яких амплітуда коливань зменшується в e разів.

Час релаксації визначається за формулою:

$$\tau = \frac{1}{\delta} = NT.$$

Період загасаючих коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{{\omega_0}^2 + \delta^2}}.$$

Добротність коливальної системи:

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)},$$

де *E(t)* – енергія коливальної системи в довільний момент часу;
E(t) - E(t+T) – зменшення енергії за період коливання.

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\chi}},$$

При малих значеннях логарифмічного декремента загасання ($\chi << 1$)

$$Q = \frac{\pi}{\chi} = \frac{\pi}{N} = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{1}{r}\sqrt{km}.$$

($\omega \approx \omega_0$. Умовний період *T* загасаючих коливань практично дорівнює періоду T_0 вільних коливань).

Коливання, що здійснює система під дією додаткової періодичної вимушуючої сили, називаються вимушеними.

Рівняння усталених вимушених коливань:

$$x = A\cos(\Omega t - \varphi),$$

де A – амплітуда усталених вимушених коливань:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{({\omega_0}^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}};$$

Ω – циклічна частота вимушуючої сили;
φ – зсув фаз між зміщенням і вимушуючою силою:

$$tg\,\varphi = \frac{2\delta\Omega}{{\omega_0}^2 - \Omega^2}.$$

Резонансна частота:

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^{\ 2} - 2\delta^2}.$$

Амплітуда при резонансі:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\delta\sqrt{\omega_0^{\ 2} - 2\delta^2}}.$$

Процес поширення коливань в суцільному, пружному, неперервно розподіленому в просторі середовищі, називається механічною хвилею.

Рівняння плоскої біжучої хвилі:

$$\xi = A\cos\omega(t - x/\upsilon),$$

$$\xi = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

де ξ — зміщення коливної частинки середовища з координатою x в момент часу t;

υ — швидкість поширення коливань у середовищі;

k – хвильове число:

$$\kappa = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi\nu}{\upsilon} = \frac{2\pi}{T\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Зв'язок різниці фаз $\Delta\varphi$ коливань, яка виникла на відстані Δx між точками середовища, до яких дійшли коливання:

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta x,$$

де λ — довжина хвилі.

Методичні вказівки та приклади розв’язання задач з розділу «Коливання та хвилі».

В даному розділі вивчаються механічні і електромагнітні коливання. Усі коливальні процеси мають загальні закономірності, незалежно від їх природи і до їх вивчення застосовується єдиний підхід. Рівняння гармонічного коливання можна записати двома способами, основаними на простому зв’язку між синусом та косинусом: $\cos\alpha = \sin(\alpha+\pi/2)$,
$\sin\alpha = \cos(\alpha-\pi/2)$. Отже зміщення, швидкість і прискорення того ж самого гармонічного коливання, яке описується формулами

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$
$$\upsilon = \dot{x} = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0),$$
$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x\,,$$

завжди можна записати у вигляді рівнянь:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi'),$$
$$\upsilon = \dot{x} = \omega A\sin(\omega t + \varphi'),$$
$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi') = -\omega^2 x,$$

де $\varphi' = \varphi_0 - \pi/2$.

Початкові фази φ' або φ_0 при розв'язуванні задачі знаходять з початкових умов.

З даних рівнянь також слідує, що максимальному зміщенню при гармонічному коливанні відповідають нульова швидкість і максимальне прискорення, напрямлене протилежно зміщенню. Навпаки, в положенні рівноваги (x = 0) швидкість максимальна, а прискорення дорівнює нулю.

При додаванні однаково напрямлених гармонічних коливань з рівними періодами амплітуду і початкову фазу результуючого коливання визначають методом векторних діаграм.

В задачах на визначення траєкторії точки, яка бере участь в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, необхідно виключити час t з рівнянь, що описують рух точки. Якщо при цьому частоти однакові, то результуючою траєкторією є еліпс.

Якщо тіло здійснює коливання під дією квазіупружної сил, то незалежно від природи цієї сили циклічна частота і період коливань завжди визначаються за формулами

$$\omega = \sqrt{k/m}, \quad T = 2\pi\sqrt{m/k}\,,$$

де k-коефіцієнт квазіупружної сили.

Зокрема, якщо коливання зумовлені силою пружності пружини, то коефіцієнт k називають жорсткістю пружини, а указані формули виражають циклічну частоту і період коливань пружинного маятника.

Циклічна частота загасаючих коливань завжди менше циклічної частоти вільних коливань в відсутності опору. Таким чином , опір середовища приводить до зменшення частоти і до збільшення періоду коливань. Але в багатьох задачах, де опір середовища незначний, його впливом можна знехтувати і розраховувати частоту і період слабо згасаючих коливань як і для власних коливань. Це можна застосовувати при виконанні слідуючих умов:

$$\beta^2 << \omega_0^{\ 2}, \text{ або } \chi^2 << 4\pi^2$$

Приклад 5.1 Матеріальна точка масою m = 5 г здійснює гармонічні коливання з частотою ν = *0,5 Гц*. Амплітуда коливань *A = 0,03 м*. Визначити: 1) швидкість точки в момент часу, коли її зміщення х = 1,5 см;

2) максимальну силу F_{max}, що діє на точку.

Розв'язання. 1. Рівняння гармонічного коливання має вигляд

$$x = A\cos(w_0 t + \varphi_0) \qquad (5.1)$$

Рівняння швидкості для точки, яка коливається, одержимо, взявши похідну від зміщення (5.1) за часом:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = Aw\cos(w_0 t + \varphi) \qquad (5.2)$$

Щоб виразити швидкість через зміщення, слід виключити з формул (5.1) і (5.2) час. Для цього потрібно обидва рівняння піднести до квадрата, поділити перше на A^2, друге - на $A^2\omega^2$ і додати:

Тоді

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\upsilon^2}{A^2 w^2} = 1 \text{ або } \frac{x^2}{A^2} + \frac{\upsilon^2}{4\pi^2 \nu^2 A^2} = 1.$$

Розв'язуючи останнє рівняння відносно швидкості, одержимо:

$$\upsilon = \pm 2\pi\nu\sqrt{A^2 - x^2} \qquad (5.3)$$

Підставивши в вираз (5.3) числові значення і виконавши розрахунки, одержимо:

$$\upsilon = \pm 8{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}.$$

Знак плюс відповідає випадку, коли точка віддаляється від положення рівноваги (напрямки зміщення і швидкості збігаються) , знак мінус - коли точка рухається до положення рівноваги (напрямки зміщення і швидкості протилежні)

2. Знайдемо силу, яка діє на точку, за другим законом Ньютона:

$$F = ma \qquad (5.4)$$

де a - прискорення точки.

Прискорення одержимо, якщо візьмемо похідну від швидкості за часом:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -Aw^2 \sin(wt + \varphi)$$

Або

$$a = -4\pi^2 \nu^2 A \sin(wt + \varphi). \tag{5.5}$$

Підставивши формулу (5.5) в (5.4), одержимо:

$$F = -4\pi^2 \nu^2 mA \sin(wt + \varphi),$$

звідки дістанемо максимальне значення сили:

$$F_{\max} = -4\pi^2 \nu^2 mA$$

Підставивши в цей вираз числові значення заданих величин, знайдемо

$$F\max = 1{,}49 \cdot 10^{-3} (H)$$

Приклад 5.2. Визначити початкові фази φ_1 і φ_2 двох коливань однакового напрямку, що додаються і виражаються рівняннями $x_1 = A_1 \cos\omega(t + \tau_1)$, $x_2 = A_2 \cos\omega(t + \tau_2)$, де A_1 *=4 см*, A_2 *=2 см*, $\tau_1 = \tau_2 = 0{,}5$ с, $\omega = \pi$ с$^{-1}$. Знайти амплітуду А і початкову фазу φ результуючого коливання. Написати рівняння результуючого коливання.

Розв'язання. 1. Рівняння гармонічного коливання має вигляд

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0). \tag{5.6}$$

Запишемо ці рівняння, підставивши задані величини з умови задачі:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \omega\tau_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \omega\tau_2). \tag{5.7}$$

Порівнюючи вираз (5.7) з рівнянням (5.6) знаходимо початкові фази першого і другого коливань:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \frac{\pi}{6} рад \text{ і } \varphi_2 = \omega\tau_2 = \frac{\pi}{2} рад.$$

2 Для визначення амплітуди А результуючого коливання зручно скористатися векторною діаграмою, зображеною на рисунку 1

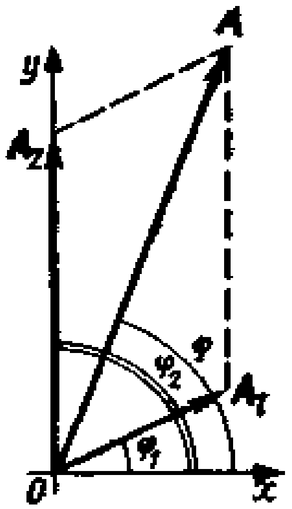

Рисунок 1

Відповідно до теореми косинусів, одержимо:

$$A = \sqrt{A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \tag{5.8}$$

де $\Delta\varphi$ – різниця фаз коливань, що додаються.

Оскільки $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ то, підставляючи знайдені значення φ_2 і φ_1, одержимо:

$$\Delta\varphi = \varphi/3 \text{ рад.}$$

Підставимо значення A_1 , A_2 і $\Delta\varphi$ у формулу (5.8) і виконавши обчислення, одержимо:

A=2,65 см.

Тангенс початкової фази φ результуючого коливання визначимо безпосередньо з рисунка 1

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_2 + A_2\cos\varphi_2},$$

звідки початкова фаза дорівнює:

$$\varphi = arctg\varphi\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_2 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Підставимо значення A_1, A_2, φ_1, φ_2 і виконаємо обчислення:

$$\varphi = arctg(5/\sqrt{3}) = 70{,}9^0 = 0{,}394\pi(рад).$$

Оскільки кутові частоти коливань, що додаються, однакові, то результуюче коливання буде мати ту ж частоту. Це дозволяє написати рівняння результуючого коливання у вигляді

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

де А=2,65 см,
$\omega = \pi$ с$^{-1}$,
$\varphi = 0{,}394 \cdot \pi$ рад.

Отже рівняння результуючого коливання і його початкова фаза мають вигляд:

$$x = 2{,}65\cos(\pi t + 0{,}394\pi) см,$$

$$\varphi = arctg(5/\sqrt{3}) = 70{,}9^0 = 0{,}394\pi$$

Відповідь: А=2,65 см, $\varphi = 0{,}394\pi$ рад.

Приклад 5.3. Матеріальна точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, рівняння яких $x = A_1\cos\omega t$, $y = A_2\cos\frac{\omega}{2}t$, де A_1=1 см, A_2=2 см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$. Знайти рівняння траєкторії точки. Побудувати траєкторію з дотриманням масштабу і указати напрямок руху точки.

Р**озв'язання**. Щоб знайти рівняння траєкторії точки, необхідно виключити час t із заданих рівнянь. Для цього скористаємося формулою

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}.$$

У цьому випадку $\alpha = \omega t$, отже

в $$y = A_2\cos\frac{\omega}{2}t = A_2\sqrt{\frac{1+\cos\omega t}{2}}$$

Оскільки $\cos\omega t = x/A_1$, то рівняння траєкторії

$$y = A_2\sqrt{\frac{1+\frac{x}{A_1}}{2}}$$

Отриманий вираз являє собою рівняння параболи, вісь якої збігається з віссю Ох. З заданих рівнянь маємо, що зміщення точки за осями координат обмежене і знаходиться в межах від –1 до +1 см по осі Ох і від –2 до +2 см по осі Оу.

Для побудови траєкторії знайдемо за рівнянням (9) значення *y*, що відповідають ряду значень *x*, які задовільняють умові $x \le 1 см$, і складемо таблицю:

x, см	*-1*	*-0,75*	*-0,5*	*0*	*+ 0,5*	*+ 1*
y, см	*0*	*±0,707*	*±1*	*±1,41*	*±1,73*	*±2*

Накресливши координатні осі та вибравши масштаб, нанесемо на площину хОу знайдені точки. З'єднавши їх плавною. кривою, одержимо траєкторію точки, що виконує коливання відповідно до рівнянь руху (рис.2).

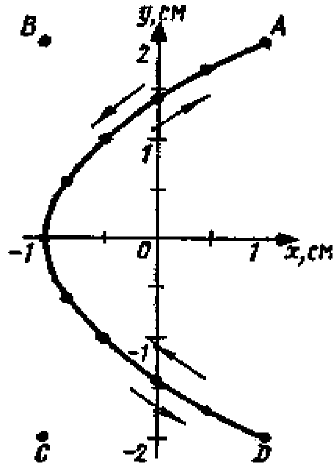

Рисунок 2

Для того щоб указати напрямок руху точки, простежимо за тим, як змінюється її положення з часом. У початковий момент t = 0 координати точки дорівнюють x(0) = 1 см і y(0) = 2 см. У наступний момент часу, наприклад при t_1 = l с, координати точок зміняться і стануть рівними x(1) = –1 см, y(t) = 0. Знаючи положення точок у початковий і наступний (близький) моменти часу, можна указати напрямок руху точки за траєкторією. На рисунку 2 цей напрямок руху зазначений стрілкою (від точки А до початку координат). Після того як у момент t_2 = 2 с коливна точка досягне точки D, вона буде рухатися у зворотньому напрямку.

Задачі для закріплення теорії та навичок розв'язування задач

5.1.1 Кулька масою *100 м*, підвішена до невагомої пружини з коефіцієнтом жорсткості $k=10$ *Н/м*, виконує гармонічні коливання з амплітудою $4\cdot10^{-2}$*м*. Вважаючи коливання незагасаючими і початкову фазу рівною нулю, визначити зміщення кульки, її кінетичну, потенціальну і повну енергію через час $t=T/6$ після початку коливань.

5.1.2 Визначити максимальну швидкість матеріальної точки, що виконує гармонічні коливання з амплітудою $A=20$ *см*, якщо найбільше прискорення $a_{\max} = 30$ *см/с*. Написати також рівняння коливань.

5.1.3 Визначити період T гармонічних коливань диска радіусом $R=10$ *см* навколо горизонтальної осі, що знаходиться від краю диска на відстані R/4.

5.1.4 Повна енергія тіла, що виконує гармонічні коливання, дорівнює $3\cdot10^{-3}$ *Дж,* максимальна сила, що діє на тіло, дорівнює *0, 1Н.* Написати рівняння руху цього тіла, якщо період коливань дорівнює *2 с* і початкова фаза дорівнює нулю.

5.1.5 Визначити силу F, що діє на матеріальну точку масою $m=20$ *г*, в момент часу t=*0, 2 с* і її повну енергію Е, якщо вона коливається відповідно до рівняння $x = A\sin(\omega t)$, де $A=15$*см;* $\omega=4c^{-1}$.

5.1.6 Знайти максимальну кінетичну енергію $T_{\max}$ матеріальної точки масою $m = 2$ *г*, що виконує гармонічні коливання з амплітудою $A = 1$ *см* і частотою $\nu = 5$ *Гц*.

5.1.7 Вантаж масою $m = 500$ *г* здійснює коливання на пружині пружністю $k = 200$ *Н/м*. При цьому повна механічна енергія його коливань $E = 1{,}440$ *Дж.* Знайти амплітуду, період, власну частоту коливань і максимальне прискорення вантажу.

5.1.8 Кулька масою $m = 60$ *г* коливається з періодом $T = 2$ *с*. У початковий момент часу зміщення кульки $x = 1$ *см* і її енергія $E=0{,}02$ *Дж.* Записати рівняння простого гармонічного коливання кульки і закон зміни сили з часом.

5.1.9 На стрижні довжиною $l = 30$ *см* закріплені дві однакові гирьки: одна - посередині стрижня, інша – на одному із його кінців. Стрижень із гирьками коливається біля горизонтальної осі, що проходить через вільний кінець стрижня. Визначити приведену довжину L і період T гармонічних коливань. Масою стрижня зневажити.

5.1.10 Визначити кінетичну енергію вантажу масою $m = 25$ *г*, закріпленого на кінці невагомого стрижня довжиною $l = 1$ *м*, який виконує гармонічні коливання з періодом $T = 1{,}05$ *с*, відносно осі, що проходить через середину стрижня.

5.1.11 Точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, рівняння яких $x=A_1\sin\omega_1 t$ і $y=A_2\cos\omega_2 t$, де $A_1=3$ *см*; $A_2=4$ *см*; $\omega_1=\omega_2=2\ c^{-1}$. Написати рівняння траєкторії і побудувати її. Показати напрямок руху точки.

5.1.12 Додаються два коливання однакового напрямку і однакового періоду: $x_1=A_1\sin\omega_1 t$ і $x_2=A_2\sin\omega_2(t+\tau)$, де $A_1=A_2=3$ *см*; $\omega_1=\omega_2=\pi\, c^{-1}$; $\tau=0,5$ *с*. Визначити амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання. Записати рівняння результуючого коливання. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t=0$.

5.1.13 Матеріальна точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що відбуваються відповідно до рівнянь: $x=A_1\cos\omega_1 t$, $y=A_2\sin\omega_2 t$, де $A_1=2$ *см*; $\omega_1=2\ c^{-1}$; $A_2=1$ *см*; $\omega_2=2c^{-1}$. Визначити траєкторію точки. Побудувати траєкторію з дотриманням масштабу, указати напрямок руху точки.

5.1.14 Точка виконує одночасно два коливання, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і описуються рівняннями: $x=A_1\sin\omega_1 t$ та $y=A_2\cos\omega_2 t$, де $A_1=2$ *см*; $\omega_1=1$ c^{-1}; $A_2=2$ *см*; $\omega_2=2\ c^{-1}$. Знайти рівняння траєкторії, побудувати її з дотриманням масштабу і показати напрямок руху точки.

5.1.32 Логарифмічний декремент загасання камертона, що коливається із частотою *100 Гц*, дорівнює $\lambda=0,002$. Визначити проміжок часу, за який амплітуда збудженого камертона зменшиться в *50 разів*.

5.1.33 Логарифмічний декремент загасання математичного маятника $\chi=0,15$. Визначите у скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника.

5.1.34 Амплітуда загасаючих коливань маятника за час $t=1$ *хв* зменшилася в $n_1=3$ рази. За який час від початкового моменту, амплітуда цих коливань зменшиться в $n_2=31$ раз?

5.1.31 Маятник виконав *100* повних коливань, при цьому його амплітуда зменшилася в *10 разів*. Визначити логарифмічний декремент загасання маятника.

5.1.38 Чому дорівнює різниця фаз коливань точок, що знаходяться одна від одної на відстані $l=3$ *м* і лежать на прямій, перпендикулярній до фронту хвилі. Швидкість поширення хвилі $v=600$ *м/с*, а період коливань $T=0,02$ *с*.

5.1.39 Рівняння плоскої хвилі, що поширюється в пружному середовищі, має вигляд $\xi=10^{-8}\sin(6280t-1,256x)$. Визначити довжину хвилі і швидкість її поширення.

5.1.40 Коливні точки середовища віддалені від джерела коливань на відстань *0,5 м* і *1,00 м* за напрямком поширення хвилі. Різниця фаз їхніх коливань дорівнює $\Delta\varphi=3\pi/4$. Частота коливань джерела $\nu=100\ c^{-1}$. Визначити довжину хвилі і швидкість її поширення.

5.2 Електромагнітні коливання.

Основні поняття і формули.

Серед різних електричних явищ особливе місце займають електромагнітні коливання. Електромагнітні коливання виникають в коливальному контурі, який має конденсатор C, котушку індуктивності L і активний опір R, які супроводжуються перетворенням електричного і магнітного полів. Незагасаючі вільні електромагнітні коливання виникають при відсутності активного опору. Диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань заряду в контурі:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0{}^2 q = 0 .$$

Звідси рівняння гармонічного коливання заряду

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де q_0 – амплітуда коливань заряду конденсатора;
ω_0 – циклічна власна частота контуру

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Період власних коливань, які виникають в контурі (формула Томсона):

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Сила струму в коливальному контурі:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0(\cos\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}),$$

де $I_0 = -q_0\omega_0$ - амплітуда сили струму.

Напруга на конденсаторі

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $U_{0C} = \frac{q_0}{C}$ - амплітуда напруги.

Коливання струму випереджують коливання заряду на $\frac{\pi}{2}$.

Оскільки $U_{0C} = \frac{q_0}{C}$ і $I_0 = \omega_0 q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$,

то

$$U_0 = \frac{q_0}{C} = I_0\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Величину $\sqrt{\frac{L}{C}}$.- називають хвильовим опором контуру.

При вільних коливаннях в контурі з конденсатором ємністю С, котушкою індуктивністю L і резистором з омічним опором R, які з’єднані послідовно, заряд на обкладинках конденсатора змінюється з часом по закону

$$q = q_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $q_0 e^{-\delta t}$ - амплітуда загасаючих коливань;

δ– коефіцієнт загасання;

ω – циклічна частота загасаючих коливань;

q_0, φ_0 – початкові амплітуда і фаза (визначаються з початкових умов).

Коефіцієнт загасання δ і циклічна частота загасаючих коливань ω виражаються через параметри контуру:

$$\delta = \frac{R}{2L}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^{\ 2} - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}},$$

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ - циклічна частота власних незагасаючих коливань, які усталені в контурі при умові $R\to 0$/

Логарифмічний декремент загасання

$$\chi = \delta T,$$

де Т – період загасаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^{\ 2} - \delta^2}}.$$

В випадку малих значень логарифмічного декремента загасання ($\chi << 1$) $\omega \approx \omega_0$, а умовний період T загасаючих коливань практично дорівнює періоду вільних незагасаючих коливань.

Якщо в коливальному контурі з послідовно з’єднаними конденсатором, котушкою і резистором діє періодична е.р.с. $E = E_0\cos\omega t$, то в такому колі встановлюються вимушені коливання струму з такою самою частотою ω:

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi);$$

При цьому величини I_0 і φ виражаються формулами:

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}},$$

$$tg\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Електромагнітними хвилями називаються збурення електромагнітного поля , що поширюється у просторі.

Джерелом електромагнітних хвиль є відкритий коливальний контур.

Фазова швидкість електромагнітних хвиль визначається виразом

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}},$$

де $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с – швидкість електромагнітних хвиль в вакуумі.

Електромагнітні хвилі є поперечними.

Коливання електричного і магнітного векторів у електромагнітній хвилі відбуваються з однаковою фазою, у взаємно перпендикулярних площинах, перпендикулярно до напрямку поширення, а амплітуди цих векторів зв’язані співвідношенням

$$E_0 \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu\mu_0} \ .$$

Довжина електромагнітної хвилі в вакуумі

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}.$$

Поширення електромагнітних хвиль пов’язане з перенесенням енергій електричного і магнітного полів.

Густина енергії електричного і магнітного полів в кожний момент часу однакова, тобто $w_{ел} = w_{маг}$.

$$w = 2\, w_{ел},$$

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0} EH = \frac{1}{\upsilon} EH.$$

Середнє значення об'ємної густини енергії за період пропорціональне до квадрата амплітуди напруженості поля:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E_0^{\ 2}.$$

Вектор густини потоку енергії електромагнітної хвилі називається вектором Умова-Пойтінга, дорівнює:

$$\vec{P} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі *I* дорівнює модулю середнього значення вектора Умова –Пойтінга за проміжок часу, що дорівнює періоду *T* повного коливання. Інтенсивність *I* плоскої лінійно поляризованої монохроматичної біжучої хвилі прямо пропорційна до квадрата модуля амплітуди E_0 коливань вектора $\vec{E}$ поля хвилі:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^{\ 2}.$$

Методичні вказівки і приклади розв'язання задач

Методи розв'язання здач на електромагнітні коливання подібні до методів розв'язання задач на механічні коливання. В основі цієї подібності лежить однакова структура рівнянь, що описують ці види коливань. При цьому заряд відповідає зміщенню,

Омічний опір *R*– коефіцієнту опору середовища *r*, індуктивність *L*– масі m, ємність *C* – величині, оберненій до коефіцієнту квазіупружної сили *k*.

Приклад 5.2.1. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю *C = 5,0 мкФ* і котушки індуктивністю *L = 0,2 Гн*. Визначити максимальну силу струму I_0 в контурі, якщо максимальна різниця потенціалів на обкладинках конденсатора *U = 90 В*. Опором контуру зневажити.

Розв'язання. В коливальному контурі, в якому відсутній активний опір, виникають незагасаючі електромагнітні коливання. Задачу можна розв'язувати двома способами. Перший з них базується на дослідженні рівняння вільних електромагнітних коливань, другий - на законі збереження енергії.

Заряд на обкладинках конденсатора з часом змінюється по закону

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) .$$

Сила струму визначається як перша похідна від заряду за часом

$$I = -q_0\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Величина $I_0 = q_0\omega_0$ є амплітудним, т.т. максимальним, значенням струму в контурі.

Циклічна частота ω_0 власних коливань в коливальному контурі визначається за формулою:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Максимальне значення заряду і максимальна різниця потенціалів на обкладинках конденсатора зв'язані співвідношенням

$$q_0 = CU_0.$$

Отже

$$I_0 = CU_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Підставивши значення величин, виражених в системі СІ, і виконавши обчислення, одержимо:

$$I_0 = 90\sqrt{\frac{5.0 \cdot 10^{-6}}{0,2}} = 0,45(A).$$

Відповідь: $I_0 = 0,45\ A$.

Приклад 5.2.2.У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості магнітного поля хвилі $H_0 = 0,1\ А/м$. Визначити енергію, яка переноситься цією хвилею через поверхню площею $S = 1\ м^2$, розташовану перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, за час $t=1\ с$. Період коливань хвилі $T«t$.

Рішення Густина потоку енергії електромагнітної хвилі визначається вектором Умова-Пойтінга

$$\vec{P} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$$

де $\vec{E}$ і $\vec{H}$ - вектори напруженості електричного та магнітного полів. Враховуючи, що вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ електромагнітної хвилі взаємно перпендикулярні, то модуль $\vec{P}$ дорівнює:

$$p=EH$$

Так як величини E і H у кожній точці хвилі змінюються з часом по гармонійному закону, знаходячись в однакових фазах, то миттєве значення густини потоку енергії дорівнює

$$P=E_0\sin\omega t\cdot H_0\sin\omega t=E_0H_0\sin^2\omega t.$$

Невідому величину E_0. знайдемо з умови, що між величинами E і H, які характеризують електромагнітну хвилю в одній і тій самій точці, існує просте співвідношення

$$\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E_0{}^2=\frac{1}{2}\mu\mu_0 H_0{}^2.$$

Звідси знайдемо E_0:

$$E_0=H_0\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}.$$

Енергія, що переноситься через площу S, перпендикулярну до напрямку поширення хвилі за одиницю часу визначається за формулою:

$$\frac{dW}{dt}=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}H_0{}^2S\sin^2\omega t.$$

Енергія, перенесена хвилею за час t, дорівнює

$$W=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\cdot H_0{}^2\sin^2\omega t dt=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}H_0{}^2S(\frac{t}{2}-\frac{\sin^2 2\omega t}{4\omega}).$$

Оцінка виразу $\frac{\sin^2 2\omega t}{4\omega}$ за умовою T«t, і при врахуванні $\omega=2\pi/T$ дає можливість зневажити цим виразом. Тоді одержимо

$$W=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}H_0{}^2St.$$

Підставивши числові значення, отримаємо величину енергії, яка переноситься цією хвилею в вакуумі ($\mu = 1$, $\varepsilon = 1$) через поверхню розташовану перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, за заданий проміжок часу

$$W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}}}(0{,}1)^2 \cdot 1 \cdot 1 = 1{,}88(\text{Дж}).$$

Відповідь: $W = 1{,}88(\text{Дж})$.

Задачі для закріплення теорії та навичок їх розв’язання.

5.2.1 Електричний заряд на обкладинках конденсатора в коливальному контурі змінюється за законом $q = 0{,}2\cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})\,мКл$. Визначити амплітуду, циклічну частоту, період і початкову фазу коливань заряду на обкладинках конденсатора. Чому дорівнює амплітуда сили струму в цьому коливальному контурі?

5.2.2 Коливальний контур складається з паралельно з'єднаних конденсатора ємністю *C=1 мкф* і котушки з індуктивністю *L=1 мГн*. Опір контуру мізерно малий. Знайти частоту ν коливань.

5.2.3 Котушка індуктивністю *L=1 мГн* і повітряний конденсатор, що складається із двох круглих пластин діаметром *D =20 см* кожна, з'єднані паралельно. Відстань між пластинами *d=1 см*. Визначити період *T* коливань.

5.2.4 Коливальний контур, що складається з повітряного конденсатора, площа пластин якого по $S=100\ см^2$ кожна, і котушки з індуктивністю *L=1 мкГн*, резонує на довжину хвилі λ*=10 м*. Визначити відстань *d* між пластинами

5.2.5 Коливальний контур має індуктивність *L=1,6 мГн*, ємність *C=0,04 мкФ* і максимальну напругу на затисках *U=200 В*. Чому дорівнює максимальна сила струму I_{max} в контурі? Опір контуру мізерно малий.

5.2.6 Котушка без сердечника довжиною *l=50 см* і перерізом $S=3\ см^2$ має *N=1000* витків і з'єднана паралельно із плоским конденсатором. Площа його пластин $S=0{,}5\ см^2$, відстань між пластинами *d=5 мм*, діелектрик – повітря. Визначити період *T* коливань контуру.

5.2.7 Конденсатор ємністю *C=500 пф* з'єднаний паралельно з котушкою довжиною *l=10 см* і перерізом $S=5\ см^2$, що містить *N=1000* витків. Сердечник немагнітний. Знайти період *T* коливань.

5.2.8 Рівняння зміни сили струму в коливальному контурі задається у вигляді $I= -0{,}02\sin 100\pi t\ А$. Індуктивність контуру *L=1 Гн*. Знайти період коливань і максимальну енергію електричного поля.

5.2.9 Рівняння зміни різниці потенціалів на обкладинках конденсатора в коливальному контурі задано у вигляді $U=5\cos 101\pi t\ В$. Ємність конденсатора *C=0,1 мкФ*. Знайти: 1) індуктивність контуру, 2) закон зміни сили струму в колі.

5.2.10 За час *t = 50 с* механічна система здійснює *N=25* коливань. У скільки разів зменшиться амплітуда коливань за цей час, якщо відносна втрата енергії системи за період коливань дорівнює $\Delta W/W=0{,}05$.

5.2.11 Електричний заряд на обкладинках конденсатора в коливальному контурі змінюється за законом $q = 10\cos(100\pi t)\,мКл$. Визначити максимальну енергію магнітного поля в котушці індуктивності, якщо її індуктивність *L = 0,5 Гн*.

5.2.12 Коливальний контур містить конденсатор ємністю *C=10 нФ* і котушку індуктивністю *L=1,6 мГн*. Визначити максимальну напругу на обкладинках конденсатора, якщо максимальна сила струму в коливальному контурі дорівнює *1 А*. Опором контуру зневажити.

5.2.13 Довжина електромагнітної хвилі у вакуумі λ, на яку налаштований коливальний контур, дорівнює *12 м*. нехтуючи активним опором контуру, визначити максимальний заряд на обкладинках конденсатора, якщо максимальний струм у контурі дорівнює *1 А*.

5.2.14 Сила струму в коливальному контурі змінюється за законом $I = 0{,}1 \sin 10^3 t$ *А*. Індуктивність контуру $L = 0{,}1$ *Гн*. Знайти закон зміни напруги на конденсаторі і його ємність.

5.2.15 Довжина електромагнітної хвилі у вакуумі *λ*, на яку налаштований коливальний контур, дорівнює $\lambda = 31{,}1$ *м*. Нехтуючи активним опором контуру, визначити максимальну силу струму в контурі, якщо максимальний заряд на обкладинках конденсатора дорівнює $q = 50$ *нКл*.

5.2.16 У коливальному контурі максимальна сила струму $I_m = 0{,}5$ *А*, а максимальна напруга на обкладинках конденсатора $U_m = 10$ *В*. Знайти енергію коливального контуру, якщо період коливань $T = 16$ *мкс*.

5.2.17 Коливальний контур складається з індуктивності $L=10^{-2}$ *Гн*, ємності $C=0{,}105$ *мкФ* і опору $R=2$ *Ом*. У скільки разів зменшиться різниця потенціалів на обкладинках конденсатора за час одного періоду?

5.2.18 Коливальний контур має ємність $C=1{,}1$ *нФ* і індуктивність $L=5$ *мГн*. Логарифмічний декремент загасання дорівнює $\lambda = 0{,}005$. За який час втратиться *99%* енергії контуру?

5.2.19 Добротність коливального контуру $Q=1$. Визначити, у скільки разів власна частота ω_0 коливального контуру відрізняється від частоти вільних загасаючих коливань.

5.2.20 Два конденсатори ємностями $C_1 = 0.2$ *мкФ* і $C_2 = 0{,}1$ *мкФ* ввімкнені послідовно в коло змінного струму напругою $U=220$ *В* і частотою $\nu = 50$ *Гц*. Знайти струм в колі і падіння потенціалу на першому і другому конденсаторах.

5.2.21 Котушка довжиною $l = 25$ *см* і радіусом $R = 2$ *см* має обмотку з $N = 100$ витків мідного проводу, площа поперечного перерізу якого $s = 1$ *мм*$^{2\cdot}$ Котушка включена в мережу змінного струму частотою *50 Гц* Яку частину повного опору котушки складає активний опір і індуктивний оріp?

5.2.22 Конденсатор ємністю $C = 20$ *мкФ* і резистор опором $R = 150$ *Ом*, ввімкнені послідовно в коло змінного струму частотою $\nu = 50$ *Гц*. Яку частину напруги, що прикладена до цього кола, складають падіння напруги на конденсаторі і на резисторі?

5.2.23 Індуктивність $L = 22{,}6$ *мГн* і опір ввімкнені паралельно в коло змінного струму частотою $\nu=50$ *Гц*. Знайти опір, якщо відомо ,що зсув фаз між напругою і струмом $\varphi = 2\pi/3$.

5.2.24 В коло змінного струму напругою $U = 220$ *В* ввімкнені послідовно ємність *С*, опір *R* і індуктивність *L*. Знайти падіння напруги на опорі, якщо відомо, що падіння напруги на конденсаторі $U_C=2U_R$, на індуктивності $U_L=3U_R$.

Контрольні запитання

1. Що називається коливальним контуром?

Чим відрізняється ідеальний коливальний контур від реального?

2.Запишіть диференціальне рівняння гармонічних електромагнітних коливань.

3.По якому закону відбувається коливання заряду на обкладинках конденсатора в ідеальному коливальному контурі в залежності від часу.

4.По якому закону відбувається зміна струму через котушку індуктивності?

5.Як буде змінюватись з часом напруга на обкладинках конденсатора?

6.Який зв'язок існує між частотою і періодом гармонічних коливань?

7.Як записується формула Томсона для визначення періоду гармонічних коливань в коливальному контурі?

8.За рахунок чого загасають коливання в коливальному контурі?

Як добротність коливального контуру пов’язана з логарифмічним декрементом загасання?

9.Який зв’язок існує між добротністю контуру і числом коливань за час релаксації?

10.Як добротність контура зв’язана з індуктивністю, ємністю і опором?

11.Як здійснюється перехід енергії в коливальному контур з одного виду в інший?

12.За рахунок чого розсіюється енергія в реальному коливальному контурі?

13.Як добротність контуру зв’язана із зменшенням енергії в контурі за один період?

14.Записати рівняння вимушених коливань.

15.Чому дорівнює частота вимушених коливань?

16.За якою формулою можна розрахувати амплітуду вимушених коливань?

17.В чому полягає явище резонансу?

18.Чим визначається амплітуда коливань при резонансі?

19.Як знайти резонансну частоту?

20.Що таке резонансні криві?

21.Чим визначається форма резонансних кривих?

22.Чому дорівнює резонансне значення амплітуди сили струму в контурі?

23.Чому дорівнює максимальна напруга на обкладинках конденсатора в коливальному контурі при резонансі?

6 Хвильова оптика

6.1 Інтерференція світла

Основні поняття та формули.

Інтерференцією світла називають суперпозицію світлових хвиль, що йдуть від двох або більше когерентних джерел, що приводять до перерозподілу інтенсивності світла в просторі.

Інтерференція характеризується інтерференційною картиною - чергуванням світлих і темних смуг (максимумів і мінімумів інтенсивності)

Умовою стабільності інтерференційної картини є суперпозиція когерентних хвиль.

Когерентні хвилі в оптиці можна одержати від некогерентного джерела, розділивши світло, що випромінюється ним, на два пучки, наприклад, заломлений і відбитий

Оптичною довжиною шляху називають шлях світла у вакуумі, пройдений за той самий час, що і у речовині:Оптична довжина шляху дорівнює добутку геометричної довжини шляху світла на показник заломлення середовища:

$$L = nl,$$

Оптична різниця ходу променів Δ, дорівнює різниці їхніх оптичних довжин шляхів:

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

Різниця фаз $\Delta\varphi$ інтерферуючих променів пропорційна їх оптичній різниці ходу

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta}{\lambda}.$$

Максимум інтенсивності світла в інтерференційній картині спостерігається в тих місцях, для яких оптична різниця ходу інтерферируючих променів дорівнює парному числу півхвиль

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,...).$$

Мінімум інтенсивності спостерігається при оптичній різниці ходу, що дорівнює непарному числу напівхвиль

$$\Delta = \pm(k\lambda + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Інтерференційні смуги рівного нахилу спостерігаються при відбиванні розсіяного світла від двох поверхонь тонкої плоскопаралельної пластини Смуги рівного нахилу локалізовані в нескінченності і для їх спостереження на екрані необхідна фокусуюча лінза.

Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбиванні монохроматичного світла від тонкої плівки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2},$$

де d — товщина плівки;

n — показник заломлення плівки;

i_1 — кут падіння;

$\pm\frac{\lambda}{2}$ - зміна довжини хвилі при відбиванні від більш густішого оптичного середовища.

Смуги рівної товщини спостерігаються при освітленні тонкої пластини зі змінною товщиною паралельним пучком світла. Смуги рівної товщини локалізовані поблизу поверхні пластини.

Якщо роль пластини змінної товщини грає повітряний зазор між лінзою з великою фокусною відстанню і плоскопаралельною пластиною, то інтерференційну картину називають кільцями Ньютона.

Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \qquad (k = 1,2,3,...),$$

де k — номер світлого кільця;

R — радіус кривизни лінзи.

Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Радіуси темних кілець Ньютона у прохідному світлі:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \qquad (k = 1,2,3,...).$$

Радіуси світлих кілець Ньютона у прохідному світлі:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \qquad (k = 1,2,3,\ldots),$$

За допомогою кілець Ньютона можна визначити радіус кривизни лінзи або довжину світлової хвилі

Поліпшення якості лінз за рахунок зменшення втрат інтенсивності при відбиванні називається просвітлінням оптики Для просвітління оптики використаються тонкі плівки, матеріал яких підбирається так, щоб при нанесенні їх на поверхню лінзи для відбитих променів виконувалася умова мінімуму інтенсивності Для просвітління оптики показник переломлення плівки повинен бути трохи менше, ніж того матеріалу, з якого виготовлена лінза

У випадку «просвітління оптики» інтерферуючі промені у відбитому світлі гасять один одного за умови:

$$n = \sqrt{n_c}\ ,$$

де n_c — показник заломлення скла;

n — показник заломлення плівки.

Товщина плівки, що просвітлює, кратна чверті довжини хвилі.

При інтерференції N пучків між двома головними максимумами виникає *(N-1)* мінімум і *(N-2)* додаткових більш слабких максимумів

Явище інтерференції використовується для точного визначення довжин світлових хвиль, показника заломлення, швидкості світла, малих кутів.

Прилади, що використовують явища інтерференції для оптичних вимірів, називаються інтерферометрами.

Методичні вказівки та приклади розв'язання задач з розділу «Інтерференція світла».

Приклад **6.1.** Відстань d між двома когерентними джерелами світла S_1 і S_2 у повітрі дорівнює *0,15 мм*. Відстань L від цих джерел до екрана дорівнює *1,3 м*. Визначити оптичну різницю ходу променів, що приходять від джерел S_1 і S_2 у точку екрана C, якщо O_1C — *1,6 мм* (рис.3).

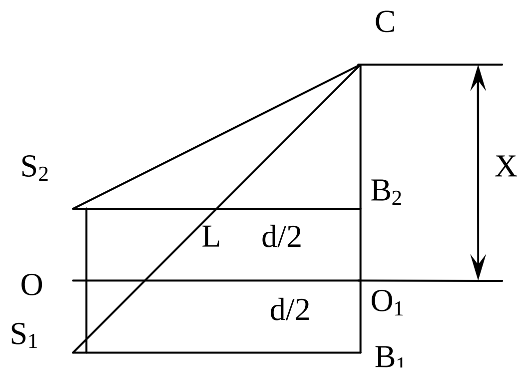

Рисунок 3

Розв'язання. З'єднаємо точки S_1 і S_2 із точкою C. Опустимо перпендикуляр із точки S_2 на відрізок S_1C. Позначимо геометричну різницю ходу. Оптична різниця ходу дорівнює

$$\Delta = n(S_1C - S_2C),$$

де n — абсолютний показник заломлення середовища. Оскільки промені йдуть у повітрі, то геометрична різниця ходу буде дорівнювати оптичної різниці ходу Δ. Із трикутників S_1B_1C і S_2B_2C одержимо:

$$(S_1C)^2 = (S_1B_1)^2 + (B_1C)^2,\ (S_2C)^2 = (S_2B_2)^2 + (B_2C)^2.$$

Оскільки $S_1B_1 = S_2B_2 = L$; $O_1C = x$ і $B_1O_1 = O_1B_2 = d/2$, то:

$$(S_1C)^2 = L^2 + (x + d/2)^2\ ; \qquad (6.1)$$

$$(S_2C)^2 = L^2 + (x - d/2)^2. \qquad (6.2)$$

Із системи рівнянь (6.1) і (6.2) необхідно виразити $(S_1C - S_2C)$:

$$(S_1C)^2 - (S_2C)^2 = L^2 + (x + \frac{1}{2}d)^2 - L^2 - (x - \frac{1}{2}d)^2$$

Або

$$(S_1C + S_2C)(S_1C - S_2C) = (x + \frac{1}{2}d + x - \frac{1}{2}d)(x + \frac{1}{2}d - x + \frac{1}{2}d) = 2xd.$$

Оскільки d і x малі в порівнянні з L (що завжди справедливо при інтерференції світла), то суму $(S_1C + S_2C)$ приблизно можна замінити на $2L$, а $(S_1C - S_2C)$ – є шукана різниця ходу Δ.

Тоді одержимо:

$$2L \cdot \Delta = 2xd.$$

Звідки оптична різниця ходу дорівнює:

$$\Delta = \frac{d \cdot x}{L}.$$

Підставляючи числові значення заданих величин, одержимо:

$$\Delta = \frac{0{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}}{1{,}4} = 0{,}17 \cdot 10^{-6} (м).$$

Відповідь: $\Delta = 0{,}17 \cdot 10^{-6}$ *м.*

Приклад 6.2. Від двох когерентних джерел S_1 і S_2 ($\lambda = 0{,}58$ *мкм*) промені попадають на екран. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Коли на шляху одного з променів помістили перпендикулярно йому мильну плівку ($n = 1{,}33$), інтерференційна картина змінилася на протилежну. При якій найменшій товщині a_{min} плівки це можливо?

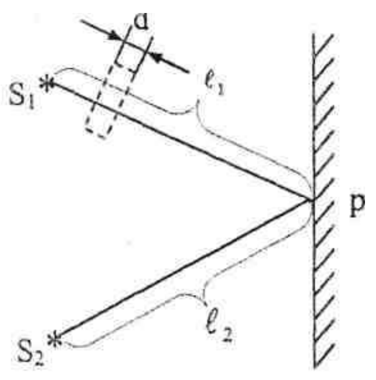

Рисунок 4

Розв'язання. Зміна інтерференційної картини на протилежну означає, що на тих ділянках екрана, де спостерігали дифракційні максимуми, стали спостерігатися інтерференційні мінімуми. Таке зміщення інтерференційної картини можливе при зміні оптичної різниці ходу пучків світлових хвиль на непарне число півхвиль, тобто

$$\Delta_2\text{-}\Delta_1=(2k + l)\lambda /2, \qquad (6.3)$$

де Δ_1 - оптична різниця ходу пучків світлових хвиль до внесення плівки;

Δ_2 - оптична різниця ходу тих же пучків після внесення плівки;

$k=0,\pm1,\pm2,...$

Найменшій товщині a_{min} плівки відповідає $k = 0$. При цьому формула (5.11) набуде такого вигляду:

$$\Delta_2\text{-}\Delta_1 =\lambda/2 \qquad (6.4)$$

Виразимо оптичну різницю ходу ,яка відповідає Δ_1 і Δ_2:

З рисунка 4знаходимо:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2;$$

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1).$$

Піставимо одержані вирази Δ_1 і Δ_2 у формулу (6.4):

$$(l_1\text{-}l_2)+a_{min}(n\text{-}1)\text{-}(l_1\text{-}l_2)=\lambda/2$$

$$a_{\min}(n-1) = \frac{\lambda}{2}$$

Звідси виразимо мінімальну товщину плівки:

$$a_{\min} = \frac{\lambda}{2(n-1)}. \qquad (6.5)$$

Підставимо в вираз (6.5) задані значення і виконаємо обчислення:

$$a_{\min} = \frac{0{,}58 \cdot 10^{-6}}{2(1{,}33-1)} = 0{,}89 \cdot 10^{-6}\,(\text{м}).$$

Відповідь:$a_{min} = 0{,}89$ *мкм*

Приклад 6.3. Яка мінімально можлива товщина плоскопаралельної пластинки з показником заломлення $n = 1{,}5$, якщо при освітленні її білим світлом під кутами $\varphi_1 = 45°$ і $\varphi_2 = 60°$ вона здається червоною ($\lambda_0 = 0{,}74$ *мкм*)?

Розв'язання. Оптична різниця ходу хвилі, частково відбитої від верхньої і нижньої поверхні пластинки, визначається за формулою:

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 r} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Відповідно до умови задачі, пластинка здавалася червоною при кутах 45^0 і $60°$. Отже, виконується умова максимуму інтерференції у відбитому світлі при довжині хвилі, що відповідає червоному світлу.

Тоді згідно умови максимуму інтерференції одержимо:

$$m\lambda_0 = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} + \frac{\lambda_0}{2}, \qquad (6.6)$$

$$(m-k)\lambda_0 = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2} + \frac{\lambda_0}{2}, \qquad (6.7)$$

де m і k – деякі натуральні числа.

Слід зазначити той факт, що при досить великій товщині пластинки h, між смугами, що цікавлять нас, може розташовуватися ще деяка кількість таких же смуг, зумовлених інтерференцією хвиль, що відповідають червоному світлу, падаючому на пластинку під іншими кутами $45^0 < \varphi < 60^0$. Товщина пластинки мінімальна, якщо обидві лінії будуть розташовані поруч, тобто при $k=1$.

Віднімаючи від виразу (6.6) вираз (6.7), одержимо:

$$\lambda_0 = 2h_{\min}(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2}),$$

звідки виразимо h:

$$h_{\min} = \frac{\lambda_0}{2(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2})}.$$

Підставляючи чисельні значення величин, одержимо:

$$h_{\min} = \frac{0{,}74 \cdot 10^{-6}}{2(\sqrt{1{,}5^2 - \sin^2 45^0} - \sqrt{1{,}5^2 - \sin^2 60^0})} = 3{,}78 \cdot 10^{-6}(м).$$

Відповідь: $h_{min} = 3{,}78 \cdot мкм$.

Приклад 6.4. На скляний клин нормально до його грані падає монохроматичне світло довжиною хвилі λ = *0,6 мкм* (рис.5). Кількість інтерференційних смуг, що припадають на довжину клина *l = 1 см*, дорівнює *10*. Визначити заломлюючий кут клина.

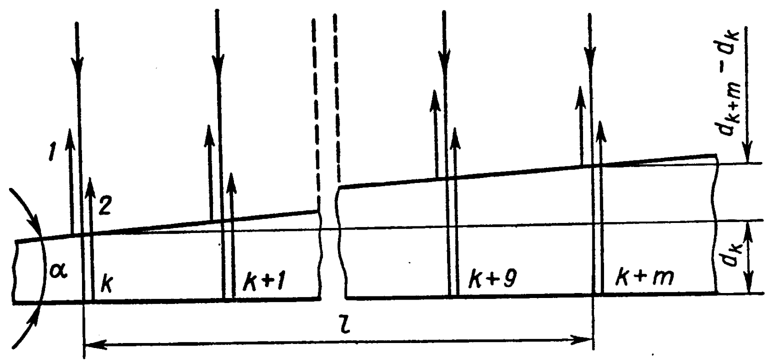

Рисунок 5

Розв'язання. Паралельний пучок променів, падаючи нормально до грані клина, відбивається частково як від верхньої, так і від нижньої граней. Оскільки відбиті промені когерентні, то виникає стійка картина інтерференції.

Нехай довільній темній смузі номера k відповідає певна товщина клина $d_к$ у цьому місці. Темній смузі номера $(k+10)$ відповідає товщина клина d_{k+10}. Відповідно до умови задачі, десять смуг укладається на відстані $l=1$ *см*, тоді шуканий кут, виражений в радіанах, як видно з рис.5, дорівнює:

$$\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{\ell}, \qquad (6.8)$$

де $sin\alpha \approx \alpha$ через малість кута заломлюючого клина

Темні смуги спостерігаються на тих ділянках клина, для яких різниця ходу променів кратна непарному числу півхвиль:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)... \qquad (6.9)$$

Оптичні різниці ходу відбитих променів, де спостерігаються κ-та і ($\kappa+10$)-та смуги, відповідно дорівнюють:

$$\Delta_k = 2d_k n\cos\beta + \frac{\lambda}{2}, \qquad (6.10)$$

$$\Delta_{k+10} = 2d_{(k+10)}\cdot n\cos\beta + \frac{\lambda}{2}. \qquad (6.11$$

Величина $\frac{\lambda}{2}$ являє собою додаткову різницю ходу, що виникає при відбиванні променів від оптично густішого середовища. Підставляючи у формулу (6.9) відповідні вирази різниць ходу (6.10) і (6.11) одержимо:

$$2d_k n\cos\beta + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$2d_{(k+10)}\cdot n\cos\beta + \frac{\lambda}{2} = (2(\kappa+10)+1)\frac{\lambda}{2}.$$

де n – показник заломлення скла ($n_{ст}=1,5$);

d_k – товщина клина там, де спостерігається темна смуга, що відповідає номеру k;

d_{k+10} – товщина клина в тім місці, де спостерігається темна смуга, що відповідає номеру ($k+10$);

β – кут заломлення падаючого променя;

λ – довжина хвилі.

Відповідно до умови, кут падіння дорівнює нулю, отже, і кут заломлення $\beta=0$, а $\cos\beta=1$.

Розкривши дужки в правій частині цих рівнянь і спростивши, одержимо

$$\left.\begin{aligned} 2d_k n &= k\lambda \\ 2d_{k+10} n &= (k+10)\lambda \end{aligned}\right) \qquad (6.12)$$

Виразивши значення d_k і d_{k+10} з формул (6.12) і підставивши до формули (6.8) одержимо:

$$\alpha = \frac{\frac{k+10}{2n}\cdot\lambda - \frac{k\lambda}{2n}}{l} = \frac{5\lambda}{nl}..$$

Підставляючи в цю формулу числові значення величин, виконаємо обчислення:

$$\alpha = \frac{5\cdot 0,6\cdot 10^{-6}}{1,5\cdot 0,01} = 2\cdot 10^{-4}\,(рад).$$

Виразимо кут клина α у секундах. Для цього можна скористатися співвідношенням між радіаном і секундою:

$$1\ рад = 206265'' = 2,06''\cdot 10^5,$$

$$\alpha = 2\cdot 10^{-4}\cdot 2,06''\cdot 10^5 = 41,2''.$$

Відповідь: $\alpha = 41,2''$.

Приклад 6.5. Плоско-опукла лінза лежить на скляній пластинці, причому внаслідок попадання пилу між лінзою і пластинкою немає контакту (рис.6). Діаметри п'ятого і п'ятнадцятого темних кілець Ньютона, що спостерігаються у відбитому світлі, відповідно, дорівнюють d_{15} *=7,0 мм* і d_5 *= 4,0 мм*. Визначити радіус кривизни опуклої поверхні лінзи, якщо система освітлюється світлом з довжиною хвилі λ*=531 нм*.

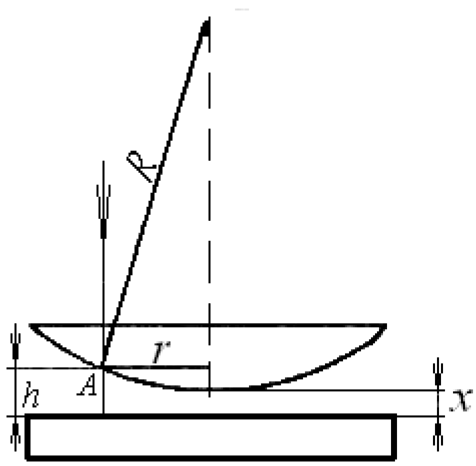

Рисунок 6

Розв'язання. Якщо на систему, що складається з лінзи і пластинки, падає світло (для простоти будемо вважати, що світло падає нормально до поверхні пластинки), то відбувається наступне: у точці *A* світловий пучок частково відіб'ється, а частково пройде в повітряний проміжок між лінзою і пластинкою потім відіб'ється від поверхні пластинки. У точці *A* обидві частини пучка накладаються, маючи різницю ходу:

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2},$$

де h – товщина зазору, що відповідає точці *A*.

Залежно від того, чи ця різниця ходу дорівнює непарному числу півхвиль чи парному, то у точці *A* утвориться мінімум або максимум інтенсивності світла. Виходячи із цього, для товщини зазору, при якому спостерігається мінімум інтенсивності світла, запишемо:

$$2h + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad h = k\frac{\lambda}{2}. \qquad (6.13)$$

Радіус r темного кільця для випадку відсутності оптичного контакту можна виразити з формули

$$\frac{2R-(h-x)}{r} = \frac{r}{h-x},$$

де R – радіус кривизни поверхні лінзи.

$$2R(h-x)-(h-x)^2 = r^2 \qquad (6.14)$$

Значення *(h-x)*^{2} мале порівняно з *2R(h-x)*, і цим членом можна зневажити.

Тоді формула (6.14) набуде вигляду:

$$r^2 = 2R(h - x). \qquad (6.15)$$

Підставляючи вираз для h (6.13) для темного кільця в формулу (6.15), одержимо:

$$r^2 = 2R(\frac{k\lambda}{2} - x).$$

В умові задачі відомі радіуси двох темних кілець r_k і r_m, отже:

$$r_k^2 = R(k\lambda - 2x) \text{ і. } r_m^2 = R(m\lambda - 2x).$$

Виразивши різницю r_k^2 і $r_m{}^2$, можна звільнитися від невідомої величини зазору x:

$$r_k^2 - r_m^2 = R\lambda(k - m),$$

звідки виразимо радіус кривизни лінзи через діаметри відповідних кілець:

$$R = \frac{d_k^2 - d_m^2}{4\lambda(k - m)}.$$

Підставляючи числові значення, одержимо:

$$R = \frac{(7{,}0 \cdot 10^{-3})^2 - (4{,}0 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 531 \cdot 10^{-9}(15 - 5)} = 1{,}55(м).$$

Відповідь: *R = 1,55 м.*

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу і навичок їх розв'язання.

6.1.1 Відстань L від щілин до екрана в досліді Юнга дорівнює *1 м*. Визначити відстань між щілинами, якщо на відрізку довжиною *l = 1 см* укладається *N =10* темних інтерференційних смуг. Довжина хвилі λ *= 0,7 мкм*. У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані у досліді Юнга, якщо зелений світофільтр ($\lambda_з$ *= 500 нм*) замінити червоним ($\lambda_ч$ *= 650 нм*).

6.1.2 На тонку плівку за напрямком нормалі до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ *= 500 нм*. Відбите від неї світло максимально посилене внаслідок інтерференції. Визначити мінімальну товщину d_{min} плівки, якщо показник заломлення матеріалу плівки $n = 1,4$.

6.1.5 На тонку гліцеринову плівку товщиною $d = 1,5$ *мкм* нормально до її поверхні падає біле світло. Визначити довжини хвиль λ променів видимої ділянки спектра ($0,4 \leq \lambda \leq 0,8$ *мкм*), які будуть послаблені в результаті інтерференції.

6.1.6 На тонкий скляний клин падає нормально паралельний пучок світла з довжиною хвилі $\lambda = 500$ *нм*. Відстань між сусідніми темними інтерференційними смугами у відбитому світлі $b = 0,5$ *мм*. Визначити кут α між поверхнями клина. Показник заломлення скла, з якого виготовлений клин, $n=1,6$.

6.1.7 Між двома плоскопаралельними пластинами на відстані $L = 10$ *см* від межі їхнього дотику знаходиться дріт діаметром $d = 0,01$ *мм*, утворюючи повітряний клин. Пластини освітлюються нормально падаючим монохроматичним світлом ($\lambda = 0,6$ *мкм*). Визначити ширину b інтерференційних смуг, що спостерігаються у відбитому світлі.

6.1.8 Між скляною пластинкою і лежачою на ній плосковипуклою лінзою знаходиться рідина. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус r_3 третього темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ *мкм* дорівнює *0,32 мм*. Радіус кривизни лінзи $R = 0,5$ *м*.

6.1.9 На скляну пластину покладена опуклою стороною плоскоопукла лінза. Зверху лінза освітлена монохроматичним світлом довжиною хвилі $\lambda = 500$ *нм*. Знайти радіус R лінзи, якщо радіус четвертого, темного кільця Ньютона у відбитому світлі $r_4 = 2$ *мм*.

6.1.10 На скляну пластину нанесений тонкий шар прозорої речовини з показником заломлення $n=1,3$. Пластинка освітлена паралельним пучком монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 640$ *нм*, що падає на пластинку нормально. Яку мінімальну товщину d_{min} повинен мати шар речовини, щоб відбитий пучок мав найменшу яскравість?

6.1.11 Плоскоопукла скляна лінза з фокусом $F = 1$ *м* лежить опуклою стороною на скляній пластинці. Радіус п'ятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі $r_5 = 4,1$ *мм*. Визначити довжину світлової хвилі λ.

6.1.12 Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється нормально падаючим монохроматичним світлом ($\lambda = 590$ *нм*). Визначити товщину d_3 повітряного проміжку в тім місці, де у відбитому світлі спостерігається третє світле кільце.

Контрольні запитання

1.В чому полягає явище інтерференції хвиль?

2.Які хвилі називаються когерентними?

3.Що називається оптичною різницею ходу двох променів?

4.При яких різниці ходу і різниці фаз двох променів спостерігається максимум, а при яких – мінімум інтенсивності світла в точці спостереження?

5 Якими способами на практиці можна одержати когерентні хвилі?

6.В чому полягає дослід Юнга?

7.В досліді Юнга одна із щілин закрита синім світлофільтром, а друга - червоним. Чи буде при таких умовах спостерігатися на екрані інтерференційна картина?

8.Чи можна на екрані одержати інтерференційну картину від двох електричних ламп? Якщо можна, то чому?

9.Что називають інтерференційною картиною?

10.Що називають шириною інтерференційної смуги?

11.Чому дорівнює ширина інтерференційної смуги?

12.Чому дорівнює відстань між сусідніми інтерференційними смугами?

13.Від чого залежить відстань між сусідніми інтерференційними смугами?

14.Що таке смуги рівного нахилу? Як вони виникають?

15.На чому базується «просвітлення оптики»?

16.Що таке кільця Ньютона?

17.Якою формулою визначається умова виникнення світлих кілець у відбитому світлі?

18.Якою формулою визначається умова виникнення темних кілець у відбитому світлі

19. Якою формулою визначається умова виникнення світлих кілець у прохідному світлі?

20. Якою формулою визначається умова виникнення темних кілець у прохідному світлі

21. Які однаково напрямлені коливання з вказаними періодами і різницями початкових фаз є когерентними?

22.Яка геометрична різниця ходу променів у відбитому світлі при інтерференції в тонкій плівці?

23.При якій різниці ходу для фіолетових променів (λ= 400 нм) виникає максимум першого порядку?

6.2. Дифракція світла

Основні поняття та формули.

Дифракцією світла називається сукупність явищ, що спостерігаються при його поширенні в середовищі з різними неоднорідностями і які пов’язані з перерозподілом інтенсивності світла в результаті взаємодії його з перешкодою (огинання перешкоди) Так само, як і інтерференція, дифракція світла приводить до появи на екрані чергування світлих і темних ділянок – дифракційної картини.

Дифракція в розбіжному пучку світла - це дифракція Френеля.

Якщо хвильовий фронт симетричний щодо точки спостереження дифракційної картини, то його можна розбити на кільцеві зони - зони Френеля. При не дуже великих номерах зон Френеля площі зони Френеля однакові, а промені, що йдуть від країв сусідніх зон Френеля, приходять у точку спостереження в протифазі. Оптична різниця ходу променів, що йдуть від країв сусідніх зон Френеля, дорівнює половині довжини хвилі. Амплітуди коливань, що приходять від сусідніх зон відрізняються мало і убувають по мірі зростання номера зони.

Наближений метод розрахунку дифракції Френеля заснований на алгебраїчному додаванні амплітуд коливань, що приходять від зон Френеля (Метод зон Френеля)

Амплітуда коливань, яка викликана якою-небудь m-ю зоною дорівнює півсумі амплітуд, що викликані (m-1)-ю і (m+1)-ю зонами:

$$A_m = \frac{1}{2}(A_{m-1} + A_{m+1}).$$

Амплітуда результуючого коливання в точці спостереження дорівнює:

$$A = \frac{A_1}{2} + (\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}) + (\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}) + \cdots \pm \frac{A_к}{2}$$

Основний внесок у дифракцію Френеля вносить перша зона.

Радіус зовнішньої границі m-ї зони Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda Ra}{b+a}},$$

де m – номер зони Френеля;

λ – довжина Хвилі;

R – радіус кривизни лінзи;

a – відстань від джерела світла до хвильової поверхні;

b - відстань від хвильової поверхні до точки спостереження.

Розподіл екстремумів інтенсивності світла на екрані залежить від числа видимих (відкритих) зон. Якщо число відкритих зон m парне то результуюча амплітуда коливань визначається напіврізницею амплітуд коливань, що приходять від першої і останньої зон Френеля.

Якщо число відкритих зон m непарне, то результуюча амплітуда коливань визначається напівсумою амплітуд коливань, що приходять від першої і останньої зон Френеля.

Дифракція Фраунгофера спостерігається в паралельних променях.

При дифракції Фраунгофера на щілині різниця ходу променів визначається шириною щілини і кутом дифракції ($\Delta = b\sin\varphi$)

У центрі дифракційної картини має місце максимум інтенсивності (головний максимум), що відповідає значенню кута дифракції φ = 0;

Мінімуми інтенсивності спостерігаються при різниці, ходу променів, кратної парному числу напівхвиль

$$b\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}\ ,\ (k = 1,2,3....).$$

Кут відхилення φ променів, що відповідає максимуму (світла смуга) при дифракції на одній щілині, визначається з умови:

$$b\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}\quad ,\ (k = 1,2,3,\ldots)$$

де b — ширина щілини;

k — порядковий номер максимуму.

Якість дифракційної картини можна підвищити, застосовуючи сукупність щілин - дифракційну гратку

Дифракційна картина від дифракційної гратки є результатом двох явищ: дифракції світла від однієї щілини і інтерференції пучків світла від всіх щілин.

Дифракційна гратка характеризується постійною гратки (періодом) d - відстанню між серединами сусідніх щілин.

Дифракційна картина від дифракційної гратки поряд з головним центральним максимумом (максимумом нульового порядку) містить головні вторинні максимуми (першого, другого і т.д. порядків).

Для дифракційної гратки різниця ходу променів пропорційна її періоду ($\Delta = d\sin\varphi$).

Для головних максимумів різниця ходу кратна парному числу півхвиль ($\Delta = \pm 2m\frac{\pi}{2}$, m=0,1,2…).

Кут φ відхилення променів, що відповідає максимуму (світла смуга) при дифракції світла на дифракційній гратці, визначається з умови:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,3,\ldots),$$

де d — період дифракційної гратки.

Кращі дифракційні решітки мають до 3600 щілин (штрихів) на 1 мм

Якість дифракційної решітки характеризується кутовою і лінійною дисперсією, а також роздільною здатністю.

Кутова дисперсія Д визначає зміну кута дифракції при відповідній зміні довжини хвилі

$$D_{\varphi} = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}$$

Лінійна дисперсія $Д_l$ визначає зміну відстані на екрані між двома сусідніми дифракційними екстремумами при відповідній зміні довжини хвилі $Д_l = \frac{\partial \ell}{\partial \varphi}$.

Роздільна здатність спектральних приладів R визначається мінімальною різницею довжин хвиль ($\delta\lambda$, при якій дві спектральні лінії сприймаються розділеними $R = \frac{\lambda}{\partial \lambda}$

Інтерференційні картини для двох хвиль λ_1, λ_2 розділені (помітні), якщо головний максимум інтенсивності для світла з λ_1 доводиться на найближчий мінімум інтенсивності світла з. λ_2.

Для дифракційної решітки роздільна здатність R визначається порядком спостережуваного максимуму m і числом щілин N дифракційної решітки

$$R = \lambda / \Delta\lambda = kN,$$

де $\Delta\lambda$ — найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній λ і $\lambda + \Delta\lambda$, при якій ці лінії можуть бути видними розділеними в спектрі, одержаному за допомогою даної гратки;

N — повна кількість щілин гратки.

Дифракційні решітки застосовуються для спектрального аналізу (вивчення спектрів, визначення λ).

Формула Вульфа-Брегга:

$$2d \sin\theta = k\lambda,$$

де θ— кут ковзання (кут між напрямком паралельного пучка рентгенівського випромінювання, що падає на кристал, і атомною площиною в кристалі);

d — відстань між атомними площинами кристала.

Приклади розв'язання задач

Приклад 6.6 На круглий отвір радіусом *r=1 мм* у непрозорому екрані нормально падає паралельний пучок променів з довжиною хвилі *λ=0,65 мкм* (рис.7). На шляху променів, що пройшли через отвір, поміщають екран. Визначити максимальну відстань від отвору до екрана, при якому в центрі дифракційної картини ще буде спостерігатися темна пляма.

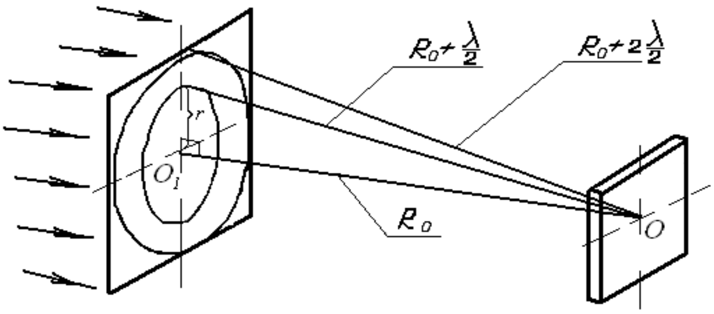

Рисунок 7

Розв'язання. Відстань, при якій спостерігається темна пляма, визначається числом зон Френеля, що укладаються в отворі. Темна пляма в центрі дифракційної картини буде при парному числі зон. З віддаленням екрана від отвору число зон Френеля, що містяться в отворі, убуває. Якщо найменше парне число дорівнює двом, то максимальна відстань, при якій ще буде спостерігатися темна пляма в центрі екрана, визначається тією умовою, що в отворі укладається дві зони Френеля. Відповідно до рис.7, відстань від центра екрана *0* до краю отвору на $2\frac{\lambda}{2}$ більше, ніж відстань $OO_1=R$ від центра екрана до центра отвору O_1.

За теоремою Піфагора:

$$r^2 = (R_0 + 2\frac{\lambda}{2})^2 - R_0 = 2R_0\lambda + \lambda^2 .$$

Зневажаючи $\lambda^2 (\lambda << R_0)$, одержимо:

$$r^2 = 2R_0\lambda .$$

Звідси

$$R_0 = \frac{r^2}{2\lambda} .$$

Виконаємо обчислення:

$$R_0 = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-7}} = 0{,}77\,\text{м}.$$

Відповідь: R_0 = 0,77 м.

Приклад 6.7 На щілину падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла (рис.8). Розташована за щілиною лінза з фокусною відстанню *f=1,5 м* проектує на екран дифракційну картину у вигляді світлих і темних смуг. Ширина центральної світлої смуги b_1*=1 см*. Як треба змінити ширину щілини *a*, щоб центральна смуга стала шириною *10 см*?

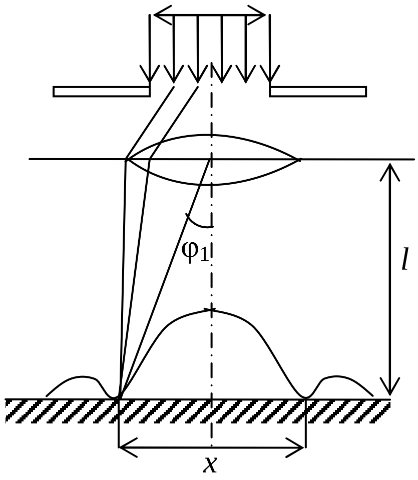

Рисунок 8

Розв'язання. Центральна світла смуга розміщена між двома мінімумами першого порядку. Її ширина залежить від кута дифракції φ, що відповідає першому мінімуму. Кут φ пов'язаний із шириною щілини a формулою, що відповідає умові мінімуму при дифракції на щілині:

$$a \sin\varphi = \pm m\lambda ,$$

де $m = 1$.

Оскільки при зміні ширини щілини від a_1 до a_2 величини λ і m залишаються постійними, то

$$a_1 \sin\varphi_1 = \pm m\lambda$$

$$a_2 \sin\varphi_2 = \pm m\lambda .$$

Тоді

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} ,$$

де φ_1 і φ_2 – кути в напрямку перших дифракційних мінімумів.

Оскільки кут φ_1 малий, то $\sin\varphi_1 \approx tg\varphi_1 \approx \frac{b}{2f}$, що визначається з рис. 8.

З іншого боку,

$$tg\varphi_2 = \frac{b_2}{2f}.$$

Тоді

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_1}{b_2}; \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{10} = \frac{1}{2{,}5}.$$

Отже, ширину щілини варто зменшити в *2,5* рази.

Приклад 6.8. На дифракційну гратку нормально до її поверхні падає паралельний пучок променів з довжиною хвилі λ = *0,5 мкм*. Лінза,яка поміщена поблизу гратки проектує дифракційну картину на плоский екран, віддалений від лінзи на відстань *L= 1 м*. Відстань між двома максимумами першого порядку, що спостерігаються на екрані, *l=202 мм*. Визначити: 1) постійну дифракційної гратки; 2) кількість штрихів на *1 см*; 3) скільки максимумів дає при цьому дифракційна гратка; 4) максимальний кут відхилення променів, що відповідає останньому дифракційному максимуму.

Розв'язання. 1 Постійна дифракційної гратки *d*, довжина хвилі *λ* і кут відхилення променів *φ*, що відповідає *k-му* дифракційному максимуму, зв'язані співвідношенням

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda, \tag{6.16}$$

де k – порядок спектра або у випадку монохроматичного світла порядок максимуму. У цьому випадку k = 1, $\sin\varphi \approx tg\varphi = \frac{l}{2L}$ (через те, що $\frac{l}{2} << L$).

З урахуванням цих рівностей співвідношення (6.16) набуде вигляду

$$d\frac{l}{2L} = \lambda,$$

звідки шукана величина дорівнює

$$d = \frac{2L\lambda}{l}. \tag{6.17}$$

Підставивши задані величини в вираз (6.17), одержуємо:

$$d = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}}{0{,}202} = 4{,}95 \cdot 10^{-6}\,(м)\,.$$

2. Кількість штрихів на *1 см* знайдемо з формули

$$N = \frac{1}{d}\,.$$

Після підстановки числових значень одержимо:

$$N = \frac{0.01}{4{,}95 \cdot 10^{-6}} = 2020\ \ (см^{-1}).$$

3 Для визначення кількості максимумів, що дає дифракційна гратка, обчислимо спочатку максимальне значення k_{max}, виходячи з того, що максимальний кут відхилення променів дифракційною граткою не може перевищувати *90*°. З формули (5.24) знайдемо:

$$k_{\max} = \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda}\,.$$

Підставляючи сюди значення величин, одержимо:

$$k_{\max} = \frac{4{,}95}{0{,}5} = 9{,}9\,.$$

Число k_{max} обов'язково повинне бути цілим. Отже, $k_{max} = 9$.

Загальне число максимумів, що дає дифракційна гратка, буде:

$$N = 2k_{max}+1; \qquad N = 2 \cdot 9+1=19.$$

Відповідь: $d = 4{,}95$ *мкм*, $k_{max} = 2020$ *см*$^{-1}$, $N = 19$.

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу і навичок їх розв’язання

6.2.1 Яке найменше число N_{min} штрихів повинна містити дифракційна гратка, щоб у спектрі другого порядку можна було бачити роздільно дві жовті лінії натрію з довжинами хвиль $\lambda_1=539{,}0$ *нм* і $\lambda_2=539{,}6$ *нм*? Яка довжина такої гратки, якщо постійна гратки $d=5$ *мкм*?

6.2.2 На поверхню дифракційної гратки нормально до її поверхні падає монохроматичне світло. Постійна дифракційної гратки в $n=1{,}6$ рази більше довжини світлової хвилі. Знайти загальне число M дифракційних максимумів, які теоретично можна спостерігати в цьому випадку.

6.2.3 На дифракційну гратку падає нормально паралельний пучок білого світла. Спектри третього і четвертого порядку частково накладаються один на одного. На яку довжину хвилі в спектрі четвертого порядку накладається межа (λ=030 *нм*) спектра третього порядку?

6.2.4 На дифракційну гратку, що містить $n=600$ штрихів на міліметр, падає нормально біле світло. Спектр проектується на екран лінзою, яка розміщена поблизу гратки. Визначити довжину l спектра першого порядку на екрані, якщо відстань від лінзи до екрана L=l,2 *м*. Межі видимого спектра: $\lambda_{кр}$=780 *нм*, $\lambda_{Ф}$=400 *нм*.

6.2.5 На грань кристала кам'яної солі падає паралельний пучок рентгенівського випромінювання. Відстань d між атомними площинами дорівнює 230 *пм*. Під кутом θ=65° до атомної площини спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Визначити довжину хвилі λ рентгенівського випромінювання.

6.2.6 На непрозору пластину з вузькою щілиною падає нормально плоска монохроматична світлова хвиля (λ=600 *нм*). Кут відхилення променів, що відповідають другому дифракційному максимуму, φ=20°. Визначити ширину a щілини.

6.2.7 На дифракційну гратку, що містить $n=100$ штрихів на 1 *мм*, нормально падає монохроматичне світло. Зорова труба спектрометра наведена на максимум другого порядку. Щоб навести трубу на інший максимум того ж порядку, її потрібно повернути на кут $\Delta\varphi$=16°. Визначити довжину хвилі λ світла, що падає на гратку.

6.2.8 На дифракційну гратку падає нормально монохроматичне світло (λ=410 *нм*). Кут $\Delta\varphi$ між напрямками на максимуми першого і другого порядків дорівнює 2°21′. Визначити кількість n штрихів на 1 *мм* дифракційної гратки.

6.2.9 Відстань між штрихами дифракційної гратки d=4 *мкм*. На гратку падає нормально світло з довжиною хвилі λ=0,58 *мкм*. Максимум якого найбільшого порядку дає ця гратка?

6.2.10 Паралельний пучок світла переходить із гліцерину в скло так, що пучок, відбитий від межі розділу цих середовищ, виявляється максимально поляризованим. Визначити кут між падаючими і заломленими пучками.

6.2.11Кварцову пластинку помістили між схрещеними ніколями. При якій найменшій товщині d_{min} кварцової пластини поле зору між ніколями буде максимально прояснено? Постійна обертання α кварцу дорівнює 27 *град/мм*.

6.2.12 При проходженні світла через трубку довжиною l_1=20 *см*, що містить розчин цукру з концентрацією C_1=10%, площина поляризації світла повернулася на кут φ_1=13,3°. В іншому розчині цукру в трубці довжиною l_2=15 *см*, площина поляризації повернулася на кут φ_2=5,2°. Визначити концентрацію C_2 другого розчину.

6.2.13 Пучок світла послідовно проходить через два ніколя, площини пропускання яких утворюють між собою кут φ=40°. Приймаючи, що коефіцієнт поглинання k кожного ніколя дорівнює 0,15, знайти, у скільки разів пучок світла, що виходить із другого ніколя, ослаблений у порівнянні з пучком, що падає на перший ніколь.

Контрольні запитання.

1 В чому полягає явище дифракції світла?

2 При яких умовах можна спостерігати дифракцію світла?

3 Назовіть два типи дифракції.

4 Сформулюйте принцип Гюйгенса і поясніть його.

5 Яке доповнення ввів Френель до принципу Гюйгенса.

6 На чому оснований метод зон Френеля?

7 При яких умовах при дифракції паралельних монохроматичних променів на круглому отворі в центрі дифракційної картини утворюється світла пляма, а при яких – темна?

8 При віддаленні точки спостереження від діафрагми з малим круглим отвором мінімуми і максимуми в центрі дифракційної картини почергово змінюють одне одного. Пояснити чому це відбувається. При яких умовах спостерігаються останній мінімум і максимум?

9 Як змінюється число зон Френеля , які видно з точки спостереження, якщо переміщувати діафрагму з малим круглим отвором від точкового джерела до точки спостереження?

10 При якому положенні діафрагми з отвором видно найменше число зон Френеля?

11 Який вигляд має дифракційна картина при дифракції паралельних монохроматичних променів на маленькому круглому екрані? Які зони Френеля видні при цьому?

12 Як розрахувати ширину зони Френеля?

13 Який тип дифракції спостерігається при нормальному падінні паралельних монохроматичних променів на вузьку щілину? Під якими кутами на екрані спостерігаються дифракційні максимуми?

Під якими кутами на екрані спостерігаються дифракційні мінімуми?

14 Як розрахувати відстані між максимумами або мінімумами при дифракції паралельного пучка монохроматичного світла на вузькій щілині?

15 Як можна спостерігати дифракцію на дифракційній гратці? Чим дифракційна картина в цьому випадку відрізняється від дифракційної картині одержаної від одиночної щілини?

16 Під якими кутами спостерігаються головні дифракційні максимуми при дифракції від дифракційної гратки?

17 Під якими кутами спостерігаються головні дифракційні мінімуми при дифракції від дифракційної гратки?

18 Яким чином відбувається розкладання білого світла в спектр при дифракції немонохроматичного світла на дифракційній гратці?

19 Що називається лінійною і кутовою дисперсіями спектрального приладу?

20 Що таке роздільна здатність спектрального приладу?

21 Як роздільна здатність зв'язана з числом щілин дифракційної гратки?

22 Як відбувається дифракція на просторовій гратці?

Записати формулу Вульфа-Бреггів .

На чому засновані: а) два методи рентгеноструктурного аналізу кристалічної гратки; б) рентгенівська спектроскопія?

6.3. Поляризація світла

Основні поняття та формули.

Якщо коливання вектора $\vec{E}$ (або $\vec{H}$) у світловій хвилі відбуваються довільним чином, то світло називається природним

Світло, у якому коливання вектора $\vec{E}$ (або $\vec{H}$) яким-небудь чином упорядковані, називається поляризованим

Світло називається плоскополяризованим, або лінійно поляризованим, якщо коливання вектора $\vec{E}$ відбуваються в певній площині - площині поляризації. Площина, у якій відбуваються коливання вектора $\vec{E}$, називається площиною поляризації.

Світло, у якому коливання вектора $\vec{E}$, в одному напрямку переважають над коливаннями вектора $\vec{E}$ в інших напрямках, називається частково поляризованим. Частково поляризоване світло характеризується ступенем поляризації P, що визначається як відношення різниці інтенсивностей поляризованого у взаємно перпендикулярних площинах світла до їхньої суми.

$$P = \frac{I_{II} - I_{-}}{I_{II} + I_{-}}.$$

Ступінь поляризації природного світла дорівнює нулю. Ступінь поляризації лінійно поляризованого світла дорівнює одиниці.

Поляризоване світло утворюється із природного за допомогою поляризатора.

Поляризатор вільно пропускає лише те світло, у якого вектор $\vec{E}$ лежить у деякій площині, яка називається площиною поляризатора.

Поляризоване світло, проходячи через поляризатор, змінює свою інтенсивність залежно від кута φ між площиною поляризації світла і площиною поляризатора.

Згідно закону Малюса, інтенсивність поляризованого світла, що пройшло через аналізатор пропорційна до квадрата косинуса φ

$$I_a = Ip\cos^2\alpha,$$

де I_p — інтенсивність плоскополяризованого світла, що падає на аналізатор;

I_a — інтенсивність поляризованого світла після аналізатора;

α — кут між напрямком коливань електричного вектора світлової хвилі, що падає на аналізатор, і площиною пропускання аналізатора (якщо площина коливання електричного вектора падаючого світла збігаються з площиною пропускання аналізатора, то аналізатор пропускає дане світло без послаблення).

Два схрещених (взаємно перпендикулярних) поляризатори зовсім не пропускають світла.

При відбиванні від границі розділу двох діелектриків ступінь поляризації світла залежить від кута падіння. При падінні світла на границю розділу двох діелектриків у відбитому промені коливання вектора $\vec{E}$ відбуваються переважно в площині, перпендикулярній до площини падіння, а в заломленому промені переважають коливання вектора $\vec{E}$ в площині падіння променя.

Кут падіння, при якому спостерігається повна поляризація відбитого світла, називається кутом Брюстера. При падінні світла під кутом Брюстера відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні. Тангенс кута Брюстера дорівнює відносному показнику заломлення:

$$tg\varepsilon_B = n_{21},$$

де ε_B — кут падіння, при якому промінь, що відбився від діелектрика, повністю поляризований;

n_{21} — відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

При проходженні через анізотропні кристали світло розділяється на два промені - звичайна і незвичайний (подвійна променезаломлюваність). Промінь, у якого показник заломлення не залежить від кута падіння, називається звичайним. Для незвичайного променя показник заломлення залежить від кута падіння. Звичайний і незвичайний промені повністю лінійно поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах. Швидкість поширення звичайного променя не залежить від напрямку його поширення в кристалі. Швидкість поширення незвичайного променя залежить від напрямку його поширення в кристалі.

Напрямки в кристалах, при поширенні світла уздовж яких подвійної променезаломлюваності не відбувається, називають оптичними осями. Якщо оптична вісь у кристалі одна, то кристал називається одноосьовим, якщо осі дві, то - двохосьовим і т.д. Площина, що проходить через падаючий промінь і проведену через точку падіння оптичну вісь, називається головним перетином кристала, або площиною поляризатора. Звичайний промінь завжди поляризований у площині, перпендикулярної головному перетину кристала. Незвичайний промінь завжди поляризований у площині головного перетину кристала.

Явище дихроїзму полягає в тому, що в деяких речовинах один із променів, звичайні або незвичайний, поглинається сильніше від іншого.

Високоякісним поляризатором є призма Ніколя, дія якої заснована на подвійній променезаломлюваності ісландського шпату

При нормальному падінні світла на грань кристала, паралельно до оптичної осі, звичайний і незвичайний промені поширюються, не розділяючись, але мають різні швидкості, і між ними виникає різниця ходу.

Під впливом зовнішніх чинників (механічного, електричних і магнітних полів) у деяких ізотропних речовинах може виникати анізотропія властивостей, що приводить до виникнення подвійної променезаломлюваності. При подвійній променезаломлюваності за рахунок механічного впливу різниця показників заломлення променів пропорційна механічній напрузі. При подвійній променезаломлюваності за рахунок електричного поля (ефект Керра) різниця показників заломлення променів пропорційна до квадрату напруженості електричного поля

Речовини, здатні обертати площину поляризації, називаються оптично активними. Всі оптично активні речовини існують у двох різновидах: ліво- і правоповертаючі. Метод дослідження речовин, заснований на вимірюванні кута повороту площини поляризації світла при його проходженні через оптично активні речовини, називають поляриметрією.

Кут повороту площини поляризації світла, що проходить через оптично активні у тверді речовини, пропорційний шляху, пройденому променем.

$$\varphi = \alpha l,$$

де α — постійна обертання,

l— довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині;

У розчинах кут повороту площини поляризації пропорційний шляху променя і концентрації активної речовини

$$\varphi = [\alpha]\rho d,$$

де $[\alpha]$ — питоме обертання;

ρ — масова концентрація оптично активної речовини в розчині.

Оптично неактивні речовини, поміщені в магнітне поле, обертають площину поляризації (ефект Фарадея).

Приклади розв’язання задач.

Приклад 6.9 Природний промінь світла падає на поліровану поверхню скляної пластини, зануреної в рідину. Відбитий від пластини промінь утворить кут $\varphi = 97^0$ з падаючим променем (рис. 9). Визначити показник заломлення рідини, якщо відбите світло максимально поляризоване.

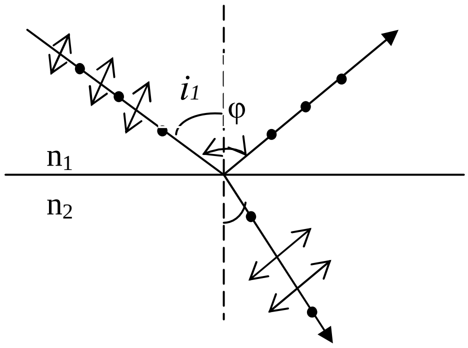

Рисунок 9

Розв’язання. Відповідно до закону Брюстера, промінь світла, відбитий від діелектрика, максимально поляризований у тому випадку, якщо тангенс кута падіння чисельно дорівнює відносному показнику заломлення:

$$tg i_1 = n_{21},$$

де n_{21} – показник заломлення другого середовища (скла) відносно першого (рідини).

Відносний показник заломлення дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення.

Отже,

$$tg i_1 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Оскільки кут падіння дорівнює куту відбивання, то:

$$i_1 = \frac{\varphi}{2} \quad \text{і} \quad tg\frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1},$$

звідки

$$n_1 = \frac{n_2}{tg\frac{\varphi}{2}}.$$

Виконавши підстановку числових значень, одержимо:

$$n_1 = \frac{1{,}5}{tg\frac{97^0}{2}} = \frac{1{,}5}{1{,}13} = 1{,}33.$$

Відповідь: $n_1=1{,}33$.

Приклад 6.10. Два ніколя N_1 і N_2 розташовані так, що кут між площинами поляризації становить $\alpha=60°$ (рис. 10). Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність I_0 природного світла: 1) при проходженні через один ніколь N_1; 2) при проходженні через обидва ніколя. Коефіцієнт поглинання світла в ніколі $\kappa=0{,}05$. Втрати на відбивання світла не враховувати.

Розв'язання. 1 Природне світло, падаючи на грань призми Ніколя N_1, розщеплюється внаслідок подвійної променезаломлюваності на два промені – звичайний і незвичайний. Обидва пучки повністю поляризовані і мають однакову інтенсивність.

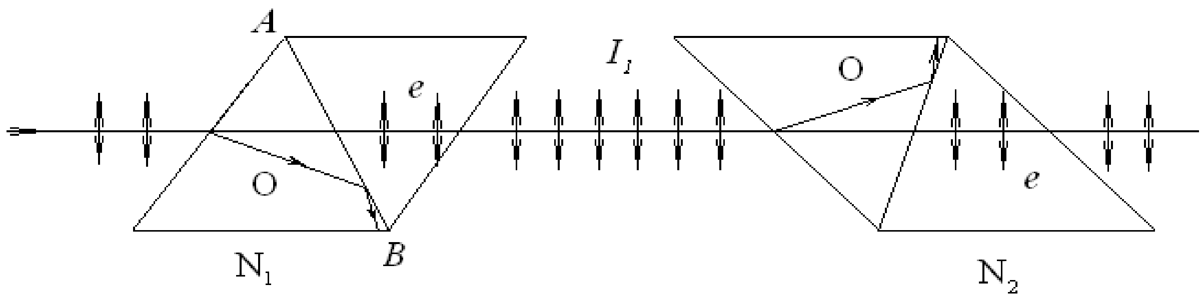

Рисунок 10

Площина коливань незвичайного променя лежить у площині рисунка (площина головного перетину). Площина коливань звичайного променя перпендикулярна площині рисунка.

Звичайний промінь *о* внаслідок повного внутрішнього відбивання від межі *АВ* відбивається на зачорнену поверхню призми і поглинається нею. Незвичайний промінь *е* проходить через призму, зменшуючи свою інтенсивність внаслідок поглинання. Таким чином, інтенсивність світла, що пройшло через першу призму, дорівнює

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-\kappa). \qquad (6.18)$$

Відносне зменшення інтенсивності світла одержимо, розділивши інтенсивність I_0 природного світла, що падає на перший ніколь, на інтенсивність I_1 поляризованого світла (6.26):

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{1/2\, I_0 (1-\kappa)} = \frac{2}{1-\kappa}. \qquad (6.19)$$

Підставляючи в останню формулу числові значення величин, одержуємо:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0{,}05} = 2{,}1.$$

Таким чином, інтенсивність зменшується в 2,1 рази.

2. Плоскополяризований промінь світла I_1 падає на другий ніколь N_2 і також розщеплюється на два промені рівної інтенсивності: звичайний і незвичайний. Звичайний промінь повністю поглинається призмою, тому інтенсивність його нас не цікавить. Інтенсивність незвичайного променя I_2, що вийшов із призми N_2, визначається за законом Малюса (без врахування поглинання світла в другому ніколі):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha ,$$

де α – кут між площиною коливань у поляризованому промені і площиною коливань, що пропускаються ніколем N_2 без послаблення.

З огляду на втрати інтенсивності на поглинання в другому ніколі, одержимо:

$$I_2 = I_1 (1-\kappa) \cos^2 \alpha. \qquad (6.20)$$

Шукане зменшення інтенсивності при проходженні світла через обидва ніколя знайдемо, розділивши інтенсивність I_0 природного світла на інтенсивність I_2 світла, що пройшло систему із двох ніколей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1-\kappa) \cos^2 \alpha}.$$

.

Заміняючи $\frac{I_0}{I_1}$ його виразом (6.19), одержимо:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-\kappa)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Підставляючи задані значення, виконаємо обчислення:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0{,}05) \cos^2 60^0} = 8{,}86.$$

Таким чином, після проходження світла через два ніколя інтенсивність його зменшиться в 8,86 разів.

Відповідь: $\frac{I_0}{I_1} = 2{,}1$; $\frac{I_0}{I_2} = 8{,}86$.

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навиків їх розв'зання.

6.3.1 Кут α між площинами пропускання поляроїдів дорівнює $50°$. Природне світло, проходячи через таку систему, послабляється в $n=8$ разів. Зневажаючи втратою світла при відбиванні, визначити коефіцієнт поглинання k світла в поляроїдах.

6.3.2 Кут падіння ε променя на поверхню скла дорівнює $60°$. При цьому відбитий пучок світла виявився максимально поляризованим. Визначити кут ε_2 заломлення променя.

6.3.3 Пучок світла, що йде в скляній посудині із гліцерином, відбивається від дна посудини. При якому куті ε падіння відбитий пучок світла буде максимально поляризованим?

6.3.4 Пучок світла переходить із рідини в скло. Кут падіння ε пучка дорівнює $60°$, кут заломлення $\varepsilon_2=50°$. При якому куті падіння ε_y пучок світла, відбитий від межі розділу цих середовищ, буде максимально поляризованим?

6.3.5 Пучок світла падає на плоскопаралельну скляну пластину, нижня поверхня якої знаходиться у воді. При якому куті падіння ε_y світло, відбите від межі скло – вода, буде максимально поляризоване?

6.3.6 Для усунення відбиття світла, що падає перпендикулярно до площини лінзи, на її поверхню наноситься плівка речовини з показником заломлення в $n = 1{,}3$ рази меншим, чим у скла. При якій найменшій товщині цієї плівки відбиття світла з довжиною хвилі $\lambda=0{,}13$ *мкм* не буде спостерігатися?

Контрольні запитання

1.В чому полягає явище поляризації світла?

2.Які види поляризації світла ви знаєте?

3.Як відбувається поляризація світла при відбиванні від поверхні діелектрика

4.Коли відбитий промінь буває повністю поляризований? Як при цьому поляризований промінь заломлений?

5.Сформулюйте закон Брюстера.

6.В чому полягає явище повного внутрішнього відбивання? Який кут називають граничним кутом падіння?

7.Що називається інтенсивністю світла? В яких одиницях вона вимірюється?

8.Що таке поляризатор?

9.Яку частину інтенсивності природного світла пропускає поляризатор? Чому?

10.Сформулюйте закон Малюса і поясніть його.

11.Чим реальні поляризатори відрізняються від ідеальних? Що таке аналізатор?

12.Який вид прийме закон Малюса для інтенсивності світла, що проходить через реальні (недосконалі) поляризатор і аналізатор?

13.Як буде змінюватися інтенсивність природного світла, що проходить через поляризатор і аналізатор, площіни поляризації котрих розташовані під кутом α, якщо промінь після відбивання від дзеркальної поверхні пустити в оберненому напрямку?

14.Чим відрізняють процеси відбивання від металевої і діелектричної поверхні? Як при цьому урахувати коефіцієнт відбивання поверхні?

14.Яке світло називається еліптично поляризованим? Як на практиці можна отримати еліптично поляризоване світло? Як отримати світло, поляризоване по колу?

15.Згадайте складання взаємно перпендикулярних коливань. Яким буде результуючий рух , якщо різниця фаз коливань, що складаються, дорівнює: $0; \pm\pi/2; \pm\pi$? Виведіть аналогічні формули для додавання коливань двох взаємно перпендикулярних світових векторів.

16.В чому полягає явище подвійного променезаломлювання? Який промінь називається звичайним, а який незвичайним?

17.Як поляризовані звичайний і незвичайний промені?

18. Що називається оптичною віссю кристала? Які одновісні кристали відносять до додатніх, а які до від’ємних?

19.Що таке чвертьхвильова пластинка? Як за допомогою такої пластинки з високо поляризованого (лінійно-поляризованого) променя монохроматичного світла отримати проміні з еліптичною і коловою поляризацією?

20.Що буде спостерігатися, якщо між двома поляризаторами розмістити пластинку, вирізану з одновісного кристала, паралельно оптичній вісі? Яка оптична різниця ходу звичайного і незвичайного променів виникне при їх проходженні через пластинку? Чому дорівнює різниця фаз і різниця ходу цих променів після другого поляризатора, якщо: а) площі поляризації першого та другого поляризаторів паралельні; б) площі поляризації взаємно перпендикулярні?

21.Що таке штучне подвійне променезаломлення ? Коли його можна спостерігати? Наведіть приклади використання штучного подвійного променезаломлення у техніці? Поясніть, в чому полягає ефект Керра. Що уявляє собою комірка Керра? Від чого залежить різниця ходу і різниця фаз між звичайними і незвичайними променями, які виникають при проходженні світла скрізь комірку Керра?

22.Які речовини називають оптично активними? В якому напрямку у кристалічних речовин спостерігається найбільш сильний ефект обертання площини поляризації?

23.Що називається постійною обернення речовини? Від чого вона залежить?

24.Яке світло являється частково поляризованим? Як на практиці відрізнити частково поляризоване світло від повністю еліптично поляризованого?

25.Що називають ступенем поляризації світла? Як його розрахувати?

6.4.Теплове випромінювання.

Основні поняття та закони

Теплове випромінювання є найпоширенішим у природі і здійснюється за рахунок теплового руху атомів і молекул речовини і тому залежить від температури. Теплове випромінювання є рівноважним – це єдине випромінювання, яке може знаходитись в рівновазі з випромінюючими тілами.

Характеристиками теплового випромінювання є енергетична світність, випромінювальна здатність,Поглинальна здатність, спектральна поглинальна здатність.

Енергетична світність тіла – це фізична величина, що дорівнює енергії, що випромінюється одиницею площі поверхні тіла за одиницю часу по всіх довжинах хвиль

$$R_e = \frac{W}{St}.$$

де $\frac{W}{t} = \Phi_e$ – потік теплового випромінювання.

Випромінювальна здатність або спектральна густина енергетичної світності, - фізична величина, яка чисельно дорівнює потужності випромінювання з одиниці площі поверхні цього тіла в одиничному інтервалі частот

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_e}{d\lambda}.$$

Поглинальна здатність тіла A_T дорівнює відношенню енергії, що поглинається тілом за одиницю часу одиницею площі до енергії. що падає на тіло при даній температурі

$$A_T = \frac{W_{погл}}{W_{пад}}.$$

Спектральна поглинальна здатність тіла $a_{\lambda,T}$ показує, яка частина енергії $dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}$, що падає за одиницю часу на одиницю поверхні тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль, поглинається тілом

$$a_{\lambda,T} = \frac{dA_T}{d\lambda}.$$

Випромінювальна здатність тіла тим більша, чім більша його поглинальна здатність. Тіло, що повністю поглинає все падаюче на нього електромагнітне випромінювання, називається абсолютно чорним тілом.

Згідно закону Кірхгофа, відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від матеріалу тіла; воно є для всіх тіл універсальною функцією частоти ν і температури T і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла.

Закон Стефана-Больцмана: енергетична світність абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури

$$R_e = \sigma T^4,$$

де R_e — енергетична світність (інтегральна випромінювальна здатність) абсолютно чорного тіла;

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *Вт/м^{2}К^4* - постійна Стефана–Больцмана;

T – абсолютна температура.

До реальних тіл закон Стефана-Больцмана не застосовний, оскільки спостереження показують більш складну залежність R_e від температури і стану його поверхні.

Характер залежності випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $r_{\lambda,T}$ від довжини хвилі і температури була встановлена В.Віном.

Закон зміщення Віна: довжина хвилі, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі

$$\lambda_m = b/T,$$

де λ_m— довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності випромінювальної здатності

$b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ *мК* — постійна Віна.

Значення максимуму випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла пропорційна п'ятому степеню його абсолютної температури:

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = cT^5,$$

де $c = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/м^{3}Т^5

Приклади розв'язання задач теплового випромінювання.

Приклад 6.11. Електрична піч споживає потужність *P=500 Вт*. Температура її внутрішньої поверхні при відкритому невеликому отворі діаметром *d=5,0 см* дорівнює *700°С*. Яка частина споживаної потужності розсіюється стінками?

Розв'язання. При сталому тепловому режимі печі вся споживана нею електрична енергія (тобто потужність) *P* випромінюється назовні отвором і стінками:

$$P=\Phi'e+\Phi''e \tag{6.21}$$

де $\Phi'e$, $\Phi''e$ – потоки, випромінювані отвором і стінками відповідно.

У задачі потрібно знайти відношення $\alpha=\dfrac{\Phi''_e}{P}$. З урахуванням виразу (6.21) для α можна записати:

$$\alpha=\frac{P-\Phi'e}{P}=1-\frac{\Phi'e}{P}. \tag{6.22}$$

Вважаючи випромінювання з отвору як абсолютно чорного тіла і скориставшись законом Стефана–Больцмана для визначення енергетичної свтності

$$R_e=\sigma T^4,$$

виразимо потік енергії,що випромінюється отвором печі $\Phi'e$:

$$\Phi'e=R_eS=\sigma T^4\cdot\frac{\pi D^2}{4}. \tag{6.23}$$

З урахуванням формули (6.23) одержимо вираз для α:

$$\alpha=1-\frac{\sigma T^4\pi D^2}{4P}. \tag{6.24}$$

Підставивши у формулу (6.24) числові значення величин в одиницях *СІ*: *P=500 Вт*; *d=0,05 м*; *T=973 К*; $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$ *Вт/(м²·К⁴)*,визначимо α:

$$\alpha=1-\frac{5{,}67\cdot10^{-8}\cdot973^4\cdot3{,}14\cdot0{,}05^2}{4\cdot500}=0{,}8.$$

$$\alpha=80\%.$$

Відповідь: $\alpha=80\%$.

Приклад 6.12. Довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності абсолютно чорного тіла, $\lambda_0 = 0{,}6$ *мкм*. Визначити енергетичну світність $R_э$ поверхні тіла і його температуру.

Розв'язання. Енергетична світність R_e абсолютно чорного тіла визначається за законом Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4. \qquad (6.25)$$

За відомою довжиною хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності абсолютно чорного тіла, визначимо температуру тіла із закону зміщення Віна:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T};$$

$$T = \frac{b}{\lambda_0}. \qquad (6.26)$$

Підставивши у формулу (6.25) вираз (6.26), одержимо розрахункову формулу для енергетичної світності:

$$R_э = \sigma\left(\frac{b}{\lambda_0}\right)^4.$$

Виконаємо обчислення:

$$T = \frac{2{,}9\cdot 10^{-3}}{0{,}6\cdot 10^{-6}} = 4820(K).$$

Визначимо енергетичну світність R_e поверхні тіла:

$$R_э = 5{,}67\cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}9\cdot 10^{-3}}{0{,}6\cdot 10^{-6}}\right)^4 = 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot (4{,}83)^4\cdot 10^{12} = 3{,}09\cdot 10^{7}\left(\frac{Вт}{м^2 K^4}\right)$$

Відповідь: $R_э = 3{,}09\cdot 10^{7}\,\dfrac{Вт}{м^2 K^4}$.

Приклад 6.13. Внаслідок зміни температури абсолютно чорного тіла максимум спектральної густини енергетичної світимості змістився з $\lambda_1 =$

2,4·10^{-6} *м* на λ_2 = *0,8· 10*$^{-6}$ *м*. Як і в скільки разів змінилися енергетична світність тіла і максимальне значення спектральної густини енергетичної світності?

Розв'язання. При нагріванні абсолютно чорного тіла максимум спектральної густини енергетичної світності зміщується у бік коротких хвиль. Згідно закону зміщення Віна:

$$\lambda_{1m} = \frac{b}{T_1} \quad \text{і} \quad \lambda_{2m} = \frac{b}{T_2} \tag{6.27}$$

З рівнянь (6.27) визначаємо температури T_1 і T_2:

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_{1m}} \quad \text{і.} \quad T_2 = \frac{b}{\lambda_{2m}} \tag{6.28}$$

Енергетична світність абсолютно чорного тіла визначається за законом Стефана-Больцмана:

$$\mathrm{Re}_1 = \sigma T_1^4 \quad \text{і} \quad \mathrm{Re}_2 = \sigma T_2^4 \tag{6.29}$$

Вираз для температур T_1 і T_2 (6.28) підставляємо в рівняння (6.29):

$$\mathrm{Re}_1 = \sigma\left(\frac{b}{\lambda_{1m}}\right)^4;$$

$$\mathrm{Re}_2 = \sigma\left(\frac{b}{\lambda_{2m}}\right)^4.$$

Відношення енергетичних світностей дорівнює:

$$\frac{\mathrm{Re}_2}{\mathrm{Re}_1} = \frac{\sigma \cdot b^4 \lambda_{1m}}{\lambda_{2m}\sigma \cdot b^4} = \left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}}\right)^4; \ \frac{Re_2}{Re_1} = \left(\frac{2{,}4 \cdot 10^{-6}}{0{,}8 \cdot 10^{-6}}\right)^4 = 81.$$

Енергетична світність збільшилася в *81* раз.

Максимальне значення спектральної густини енергетичної світності пропорційно до п'ятого ступеню абсолютної температури і визначається за законом Віна-Голіцина:

$$r_{\lambda 1\max} = cT_1^{\,5}; \ r_{\lambda 2\max} = cT_2^{\,5}.$$

Відношення цих величин дорівнює:

$$\frac{r_{\lambda 2\max}}{r_{\lambda 1\max}}=\frac{cT_2^5}{cT_1^5}=\frac{b^5\lambda_{1m}^5}{\lambda_{2m}^5 b^5}=\left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}}\right)^5.$$

$$\frac{r_{\lambda 2\max}}{r_{\lambda 1\max}}=\left(\frac{2{,}4\cdot 10^{-6}}{0{,}8\cdot 10^{-6}}\right)^5=3^5=243.$$

Відношення спектральних густин енергетичних світностей змінилося в *243* рази.

Відповідь: $\frac{Re_2}{Re_1}=81$, $\frac{r_{\lambda 2\max}}{r_{\lambda 1\max}}=243$.

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу і навичок їх розв’язання

6.4.1.Обчислити істинну температуру T вольфрамової стрічки, якщо радіаційний пірометр показує температуру $T_{рад}=2{,}5$ *кК*. Вважати, що поглинальна здатність для вольфраму не залежить від частоти випромінювання і дорівнює $a_i=0{,}35$.

6.4.2. Чорне тіло має температуру $T_1=500$ *К*. Яка буде температура T_1 тіла, якщо в результаті нагрівання потік випромінювання збільшиться в $n=5$ разів?

6.4.3. Температура абсолютно чорного тіла $T=2$ *кК*. Визначити довжину хвилі, λ_{m} на яку припадає максимум енергії випромінювання, і спектральну густину енергетичної світимості $(r_{\lambda,T})_{\max}$, для цієї довжини хвилі.

6.4.4. Визначити температуру T, енергетичну світність R_e абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання приходиться на довжину хвилі $\lambda_{\max}=600$ *нм*.

6.4.5. З оглядового віконечка печі випромінюється потік $Фe=4$ *кДж/хв*. Визначити температуру T печі, якщо площа віконечка $S=8$ *см*^{2}.

6.4.6. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла $Фe=10$*кВт*. Максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі $\lambda m=0.8$ мкм. Визначити площу S випромінюючої поверхні.

6.4.7. Як і в скільки разів зміниться потік випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання переміститься з червоної межі видимого спектра $\lambda_{m1}=780$ нм на фіолетову $\lambda_{m2}=390$ *нм*?

6.4.8. Визначити поглинальну здатність a_m сірого тіла, для якого температура, виміряна радіаційним пірометром, $T_{рад}$*=1.4 кК*, тоді як істинна температура *T* тіла дорівнює *3,2 кК*.

6.4.9. Муфельна піч, то споживає потужність *P=1 кВт*, має отвір площею *S=100 см*^{2}. Визначити частину ή потужності, що розсіюється стінками печі, якщо температура її внутрішньої поверхні дорівнює *T=1 кК*.

6.4.10. Середня енергетична світимість *R* поверхні Землі дорівнює *0,54 Дж/(см*^{2}*хв)*. Яку середню температуру *T* має поверхня Землі.

Контрольні запитання.

1 Що таке теплове випромінювання?

2 Яке випромінювання називають рівноважним?

3 Що називається енергетичною світністю тіла?

4 Що називають: а) випромінювальною здатністю тіла; б) його поглинальною здатністю?

5 Який зв’язок існує між випромінювальною і поглинальною здатностями одного і того ж тіла? Яким законом цей зв’язок виражається?

6 Які тіла називають: а) абсолютно чорним; б) абсолютно білим; в) сірим?

7 Який пристрій може служити моделлю абсолютно чорного тіла?

8 Сформулюйте закон Стефана - Больцмана і поясніть його.

9 Як, знаючи температуру абсолютно чорного тіла, визначити енергію, яку випромінює це тіло за всіма напрямками протягом визначеного часу? Яка частина цієї енергії буде передана заданій площі іншого тіла?

10 Який вигляд прийме закон Стефана - Больцмана для енергетичної світності тіл, які не є абсолютно чорними? Який сенс має при цьому коефіцієнт у виразі енергетичної світності?

11 Сформулюйте закон зміщення Віна і поясніть його.

12.Запишіть формулу Планка. Поясніть її.

13.Який фізичний зміст має універсальна функція Кірхгофа?

7 **Фотоефект.**

Основні поняття та формули.

Згідно з гіпотезою світлових квантів Ейнштейна. світло випромінюється, поглинається і поширюється дискретними порціями, які названі фотонами.

Енергія фотона:

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{або} \quad \varepsilon = \hbar\omega, \quad \text{або} \ \varepsilon = \frac{hc}{\lambda},$$

де h — постійна Планка;

$\hbar$ — постійна Планка, ділена на 2π;
ν — частота фотона;
ω — циклічна частота;
λ —довжина хвилі фотона

$$\varepsilon = mc^2 .$$

Маса фотона

$$m = \varepsilon / c^2 = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} ,$$

де c — швидкість світла у вакуумі;
λ — довжина хвилі фотона.
Імпульс фотона

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} ..$$

Поглинання оптичного випромінювання в речовині часто супроводжується електричними явищами, які називаються фотоелектричним ефектом.

Зовнішнім фотоефектом називається виривання електронів з речовини під дією світла.

Рівняння Ейнштейна для фотоефекту, яке виражає закон збереження енергії при фотоефекті, має вигляд:

$$h\nu = A + T_{\max} = A + m\upsilon_{\max}^2 / 2 ,$$

де $h\nu$ — енергія фотона, що падає на поверхню металу;
A — робота виходу електрона із металу;
$T_{\max}$— максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

Максимальну початкову кінетичну енергію фотоелектрона можна визначити знаючи затримуючу різницю потенціалів:

$$\frac{m\upsilon^2{}_{\max}}{2} = eU_з .$$

Максимальна початкова кінетична енергія фотоелектронів залежить від частоти світла по лінійному закону. Вона перетворюється в нуль при частоті $\nu_{0,}$ яка відповідає червоній границі зовнішнього фотоефекту:

$$\nu_0 = A/h \quad \text{або} \quad \lambda_0 = hc/A ,$$

де ν_0 — мінімальна частота світла, при якій ще можливий фотоефект;

λ_0 — максимальна довжина хвилі світла, при якій ще можливий фотоефект;

h — постійна Планка;

c — швидкість світла у вакуумі.

Отже червона границя залежить тільки від роботи виходу електрона із металу.

Методичні вказівки та приклади розв'язання задач з розділу «Зовнішній фотоефект».

В задачах розглядається взаємодія фотонів з окремими електронами речовини.- фотоефект. Закон збереження енергії, записаний для взаємодії фотона з електроном, зв'язаним в атомі металу, є рівнянням Эйнштейна для фотоефекту.

Обчислюючи швидкість електрона, його вважаємо класичною частинкою, якщо кінетична енергія електрона $T << W_o$, де $W_o = m_0c^2 = 0,511\ MeB$ - енергія спокою електрона.

Так як при фотоефекті в кінетичну енергію електрона перетворюється лише частина енергії фотона $h\nu$, то нерівність $T << W_0$ буде виконуватись за умови $h\nu << W_o$ або $hc/\lambda << W_o$. З урахуванням співвідношення $W_o = m_0c^2$ останню нерівність можна записати так:

$$\lambda >> \lambda_к$$

де $\lambda_к$ - комптонівська довжина хвилі для електрона.

Якщо ця нерівність не виконується, то електрон варто вважати релятивістською частинкою і застосовувати до нього співвідношення $T = m_0c^2(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1)$. Зазначимо, що значенню $\lambda_к = 2,42пм$ відповідає дуже короткохвильове («жорстке») рентгенівське випромінювання, а також γ-випромінювання. Отже, якщо фотоефект викликаний випромінюванням, що відповідає видимій частині спектру, або ультрафіолетовими променям, то при розрахунку швидкості фотоелектрона його можна вважати класичною частинкою.

Приклад 7.1. Червона межа фотоефекту для цезію дорівнює $\lambda_0 = 653\ нм$. Визначити швидкість фотоелектронів при опроміненні цезію фіолетовими променями довжиною хвилі $\lambda = 400\ нм$.

Розв'язання. При падінні світла на поверхню металу відбувається явище зовнішнього фотоефекту. Швидкість фотоелектронів може бути знайдена з рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{max}}{2}, \qquad (7.1)$$

де $h\nu$ – енергія падаючого фотона;

$\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона;

A – робота виходу електрона з металу.

Червона межа фотоефекту визначається максимальною довжиною хвилі λ_0, при якій ще спостерігається фотоефект. Для червоної межі фотоефекта рівняння Ейнштейна набуде вигляду

$$h\nu_0 = A\ . \tag{7.2}$$

Частота пов'язана з довжиною хвилі співвідношенням

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \tag{7.3}$$

Отже

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \tag{7.4}$$

Підставляючи вираз (7.4) і (7.3) у формулу (7.1), одержимо:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{m\upsilon_{мач}{}^2}{2}.$$

Звідси знаходимо швидкість фотоелектронів

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_0 - \lambda)}{m\lambda_0\lambda}}.$$

Підставивши в цю формулу числові значення величин, визначимо :

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}625\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8\cdot (6{,}53-4)\cdot 10^{-7}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 6{,}53\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{-7}}} = 6{,}5\cdot 10^5\,(м/с).$$

Відповідь: $v_{max}=6{,}5\cdot 10^5$ *м/с.*

Приклад 7.2. На фотоелемент із катодом із літію падає світло з довжиною хвилі $\lambda=200$ *нм.* Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів U_{min}, яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фотострум.

Розв'язання. При падінні світла на фотоелемент відбувається фотоефект – виривання електронів з поверхні катода. Енергія фотона, що падає на поверхню літію, витрачається на роботу виходу електрона з металу і на надання йому кінетичної енергії.

Запишемо рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$\varepsilon = A + T_{max},$$

де $A_в$ – робота виходу електрона з металу (для літію $A_в = 2{,}3\ еВ$);
ε – енергія фотона;
T_{max} – максимальна кінетична енергія фотоелектронів.
Енергія фотона визначається за формулою

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Щоб припинити фотострум, необхідно прикласти затримуючу різницю потенціалів U_{min}. Робота, здійснена затримуючою різницею потенціалів, дорівнює зміні кінетичної енергії електрона від її максимального значення до нуля:

$$A = e \cdot U = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

Тоді рівняння Ейнштейна набуде вигляду:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_{\min}.$$

Звідси виразимо мінімальну затримуючу різницю потенціалів:

$$U_{\min} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e}.$$

Підставляючи чисельні значення заданих величин, виконаємо обчислення:

$$U_{\min} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} - 2{,}3 = 3{,}91(B).$$

Відповідь: $U_{min}=3{,}91\ B$.

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу і навичок їх розв'язання.

7.1.1. Червона межа фотоефекту для цинку $\lambda_0=310\ нм$. Визначити максимальну кінетичну енергію T_{max} фотоелектронів в електрон-вольтах, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі $\lambda=200$ *нм*.

7.1.2. На поверхню калію падає світло з довжиною хвилі $\lambda=450$ *нм*. Визначити максимальну кінетичну енергію T_{max} фотоелектронів.

7.1.3. Фотон з енергією $\varepsilon=10$ *еВ* падає на срібну пластину і викликає фотоефект. Визначити імпульс p, отриманий пластиною, якщо прийняти, що напрямки рухів фотона і фотоелектрона лежать на одній прямій, перпендикулярній до поверхні пластини.

7.1.4. На фотоелемент із катодом з літію падає світло з довжиною хвилі $\lambda=200$ *нм*. Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів U_{min}, яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фотострум.

7.1.5 Яка повинна бути довжина хвилі γ-випромінювання, що падає на платинову пластину, щоб максимальна швидкість фотоелектронів була $\upsilon_{max}=3$ *Мм/с*?

7.1.6. На металеву пластину спрямований пучок ультрафіолетового випромінювання ($\lambda=0,25$ *мкм*). Фотострум припиняється при мінімальній затримуючій різниці потенціалів $U_{min}=0,96$ *В*. Визначити роботу виходу A електронів із металу.

7.1.7. На поверхню металу падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda=0,4$ *мкм*. Червона межа фотоефекту $\lambda_0=0,7$ *мкм*. Яка частина енергії фотона витрачається на те, щоб надати електрону кінетичної енергії?

7.1.8. На металеву пластину спрямований монохроматичний пучок світла із частотою $\nu=0,3\cdot10^{11}$ *Гц*. Червона межа λ_0 фотоефекту для даного матеріалу дорівнює $\lambda_0 = 560$ *нм*. Визначити максимальну швидкість υ_{max} фотоелектронів.

7.1.9. На цинкову пластину спрямований монохроматичний пучок світла. Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів $U=1,5$ *В*. Визначити довжину хвилі λ світла, що падає на пластину.

7.1.10. На металеву пластину спрямований пучок ультрафіолетового випромінювання ($\lambda=0,25$ *мкм*). Фотострум припиняється при мінімальній затримуючій різниці потенціалів $U_{min}=0,96$ *В*. Визначити, яка частина енергії фотона йде на роботу виходу A електронів з металу.

Контрольні запитання.

1.Що таке фотон**?**

2.Чому дорівнює енергія і імпульс фотона?

3. Як визначити масу фотона?

4. В чому заклечається явище зовнішнього фотоефекту? При яких умовах це явище спостерігається?

6 Що називається червоною межею фотоефекту?

7 Що таке робота виходу електрона з металу?

8 Сформулюйте закони зовнішнього фотоефекту.

9 Запишіть рівняння Ейнштейна для фотоефекту та поясніть його.

10 Що називають затримуючою різницею потенціалів? Від чого вона залежить?

11 Поясніть залежність фотоструму від різниці потенціалів між електродами при зовнішньому фотоефекті.

7.2 Світловий тиск

Основні поняття та формули.

З квантової точки зору тиск світла на поверхню якого-небудь тіла зумовлений тим, що при ударі з цією поверхнею кожний фотон передає їй свій імпульс.

Тиск світла при нормальному падінні на поверхню речовини

$$p = \frac{J}{c}(1+\rho),$$

де J - інтенсивність світла;

c – швидкість світла в вакуумі;

ρ – коефіцієнт відбивання.

$$J/c = w.$$

де w — об'ємна густина енергії випромінювання;

Для абсолютно відбивної поверхні $\rho = 1$ тиск випромінювання вдвічі більший , ніж для абсолютно поглинаючої поверхні $\rho = 0$.

Інтенсивність світла – це енергія всіх фотонів, що падають на одиницю площі поверхні за одиницю часу

$$J = \frac{N \cdot h\nu}{S \cdot t}.$$

Методичні вказівки та приклади розв’язання задач

Формула тиску світла $p = \frac{E_e}{c}(1+\rho)$ справедлива лише для випадку нормального падіння світла на поверхню. Замість величини E_e у формулі часто пишуть інтенсивність світла J (густина потоку опромінення). Дійсно, як це з визначення величин E_e, J, у випадку нормального падіння світла

$$E_e = J$$

Приклад 7.3. Пучок паралельних променів монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda=662$ *нм* падає нормально на дзеркальну плоску поверхню. Потік випромінювання $\Phi=0,6$ *Вт*. Визначити: 1) силу тиску F, на цю поверхню; 2) кількість фотонів n, що падають на поверхню за одиницю часу.

Розв'язання:

1 Сила світлового тиску на поверхню дорівнює добутку світлового тиску ρ на площу S поверхні:

$$F = p \cdot S . \qquad (7.5$$

Світловий тиск знаходиться за формулою

$$p = \frac{J}{c} \cdot (\rho + 1), \qquad (7.6)$$

де J – інтенсивність світлового потоку;

c – швидкість світла у вакуумі;

ρ – коефіцієнт відбиття.

Підставляючи вираз (7.6) у формулу (7.5), одержимо:

$$F = \frac{J \cdot S}{c} \cdot (\rho + 1) . \qquad (7.7)$$

Інтенсивність світлового потоку J - є величина, що чисельно дорівнює енергії, що падає на одиницю площі в одиницю часу. Добуток J і S є величина, що чисельно дорівнює енергії, що падає на дану площу S в одиницю часу, тобто потік опромінювання

$$\Phi = JS .$$

З урахуванням цього виразу вираз (7.7) набуде вигляду

$$F = \frac{\Phi}{c} \cdot (\rho + 1). \qquad (7.8)$$

Величини, що входять до формули (7.8), запишемо в одиницях *СІ*: $\Phi=0,6$ *Вт*; $c=3\cdot 10^8$ *м/с*; $\rho=1$ (поверхня зеркальна). Після підстановки цих величин до формули (7.8)одержимо:

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8} \cdot (1+1) = 4 \cdot 10^{-9} \ (H).$$

2 Добуток енергії ε одного фотона на кількість фотонів n, що падають на поверхню в одиницю часу, дорівнює потужності випромінювання, тобто потоку випромінювання:

$$\Phi = \varepsilon \cdot n \quad \text{або} \quad \Phi = \frac{hc}{\lambda} \cdot n,$$

оскільки $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$ – енергія фотона, то число фотонів n дорівнює:

$$n = \frac{\Phi\lambda}{hc}. \tag{7.9}$$

Випишемо величини, що входять до формули (7.9), в одиницях *СІ*:

$\Phi=0{,}6$ *Вт*; $\lambda=6{,}62\cdot10^{-7}$ *м*; $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ *Дж·с*; $c=3\cdot10^{8}$ *м/с* .

Підставимо отримані значення в розрахункову формулу (7.9) і виконаємо обчислення:

$$n = \frac{0{,}6\cdot 6{,}62\cdot 10^{-7}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}} = 2\cdot 10^{18}\,(м^{-2}).$$

Відповідь: 1) $F=4\cdot10^{-9}$ *Н*; 2) $n=2\cdot10^{18}$ м$^{-2}$.

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв’зання.

7.2.1. Визначити енергетичну освітленість E_e дзеркальної поверхні, якщо тиск р, який здійснює випромінювання, дорівнює 40 мкПа. Випромінювання падає нормально до поверхні.

7.2.2 Тиск р світла з довжиною хвилі λ=40 нм, що падає нормально на чорну поверхню, дорівнює 2 нПа. Визначити число N фотонів, що падають за час $t=10$ *с* на площу $S=1$ *мм*^{2} цієї поверхні.

7.2.3 Визначити коефіцієнт ρ відбиття поверхні, якщо при енергетичній освітленості $E_e=120$ *Вт/м*^{2} тиск p світла на неї виявився рівним *0,5 мкПа*.

7.2.4 Тиск світла на дзеркальну поверхню $p=5$ *мПа*. Визначити концентрацію n_0 фотонів поблизу поверхні, якщо довжина хвилі світла, що падає на поверхню $\lambda=0{,}5$ *мкм*.

7.2.5 На відстані $r=5$ *м* від точкового монохроматичного $\lambda=0{,}5$ *мкм* ізотропного джерела розташований майданчик $S=8$ *мм*^{2} перпендикулярно падаючим пучкам. Визначити число N фотонів, які щосекунди падають на площину. Потужність випромінювання $P=100$ *Вт*.

7.2.6 На дзеркальну поверхню під кутом $\alpha = 60°$до нормалі падає пучок монохроматичного світла $\lambda = 590$ *нм*. Густина потоку енергії світлового пучка *1 кВт/м*^{2}. Визначити тиск *р*, який спричиняє світло на дзеркальну поверхню.

7.2.7 Світло падає нормально на дзеркальну поверхню, що знаходиться на відстані *r=10 см* від точкового ізотропного випромінювача. При якій потужності *P* випромінювача тиск *p* на дзеркальну поверхню буде рівним *1 мПа*?

7.2.8 Світло з довжиною хвилі $\lambda = 600$ *нм* нормально падає на дзеркальну поверхню і створює на неї тиск *p=4 мкПа*. Визначити концентрацію фотонів

Контрольні запитання.

1.Яку силу називають силою тиску?

2.Що називають тиском?

3.В яких одиницях вимірюється тиск?

4.Чим зумовлений тиск світла на поверхню, якою він відбивається або якою поглинається?

5.За якою формулою визначається тиск світла на поверхню тіла?

6.Від чого залежить тиск світла?

7.В яких випадках світло здійснює максимальний тиск?

8.На які поверхні світло здійснює мінімальний тиск?

9.Що називається коефіцієнтом відбиття світла?

10.Як визначається інтенсивність світлового потоку?

11Як визначається енергія фотонів, падаючих на площу поверхні тіла за деякий час?

12.Як визначити концентрацію фотонів, що падають на поверхню за одиницю часу?

13.Що таке об’єм густина енергії падаючого випромінювання?.

14.Як можна якісно пояснити механізм тиску з хвильових властивостей світла?

7.3 Ефект Комптона

Основні поняття та формули.

Чіткіше характер взаємодії випромінювання з речовиною проявляється в явищі розсіюванні рентгенівських променів.

Довжина хвилі розсіяного випромінювання речовинами з легкими атомами більша за довжину хвилі падаючого випромінювання. Зміна довжини хвилі $\Delta\lambda=\lambda' - \lambda$ не залежить від довжини хвилі падаючого випромінювання, а визначається тільки кутом розсіювання θ. Спільне застосування законів збереження імпульсу, застосовно до взаємодії фотонів з речовиною і збереження енергії для взаємодії фотона з вільним електроном дає формулу Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) \text{ або } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

де λ — довжина хвилі падаючого фотона, що взаємодіє з вільним або слабкосв'язаним в атомі електроном;

λ' — довжина хвилі фотона, розсіяного на кут θ після зіткнення з електроном;

m_0 — маса спокою електрона.

Комптонівська довжина хвилі:

$$\lambda_K = h/(m_0 c); \quad (\lambda_K = 2{,}436 \textit{пм} - \textit{дляелектрона}).$$

Обчислюючи швидкість електрона, його вважаємо класичною частинкою, якщо кінетична енергія електрона $T << E_o$, де $E_o = m_0 c^2 = 0{,}511\ MeB$ - енергія спокою електрона.

Закон збереження імпульсу при взаємодії падаючого фотона з електроном:

$$\vec{P} = \vec{P}' + \vec{P}_e,$$

або в скалярному вигляді

$$P'^2 = P^2 + P_e^{\ 2} - 2PP_e\cos\Theta,$$

де $P = \frac{h}{\lambda}$ - імпульс падаючого фотона;

$P' = \frac{h}{\lambda'}$ - імпульс розсіяного фотона;

P_e - імпульс електрона віддачі;

θ - кут розсіювання.

Кінетична енергія електрона віддачі визначається як різниця повної його енергії і його енергії спокою:

$$E_\kappa = (m - m_0)c^2.$$

Для вільної частинки вільної частинки кінетична енергія визначається за формулою:

$$E_\kappa = \varepsilon - \varepsilon'.$$

]**Приклад 7.4.** Фотон з енергією $\varepsilon_1 = 0{,}51\ MeB$ був розсіяний при ефекті Комптона на вільному електроні на кут $\varphi = 180°$. Визначити кінетичну енергію T електрона віддачі.

Розв'язання. При ефекті Комптона електрон віддачі одержує енергію від γ-кванта. Тому відповідно до закону збереження енергії можна вважати, що енергія T електрона віддачі дорівнює зміні енергії γ кванта, з протилежним знаком, тобто

$$T = -\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1,$$

де ε_1 – енергія падаючого кванта;

ε_2 – енергія розсіяного кванта.

Зміна енергії γ-кванта пов'язана зі зміною його довжини хвилі, що визначається за формулою Комптона:

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{7.9}$$

де h – постійна Планка;

m_0 – маса спокою електрона;

c – швидкість світла у вакуумі;

θ – кут розсіювання кванта.

Виражаючи зміну довжини хвилі $\Delta\lambda$ через зміну частоти $\Delta\nu$, з врахуванням виразу (7.9) і значення кута розсіювання $\theta=180^{\circ}$, ($\sin\frac{\theta}{2}=1$), одержимо:

$$\Delta\nu = -2\frac{h\nu_1\nu_2}{m_0 c^2}.$$

Помножимо обидві частини рівності на h, тоді в лівій частині рівності одержимо зміну енергії $\Delta\varepsilon$, а в чисельнику правої частини – добуток енергій початкової ε_1 і кінцевої ε_2:

$$\Delta\varepsilon = -2\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{m_0 c^2}. \tag{7.10}$$

Підставивши у вираз (7.10) значення $\varepsilon_2=\varepsilon_1+\Delta\varepsilon$ і розв'язавши його відносно $\Delta\varepsilon$, одержимо:

$$\Delta\varepsilon = -\frac{2\varepsilon_1^2}{2\varepsilon_1 + m_0 c^2} = -\frac{\varepsilon_1}{1+\frac{\mathrm{m}_0 c^2}{2\varepsilon_1}}. \tag{7.11}$$

Виражаючи енергію ε_1 і енергію спокою електрона в мегаелектронвольтах і підставляючи числові значення у формулу (7.11), одержимо:

$$\Delta\varepsilon = \frac{-0{,}51}{1+\dfrac{0{,}51}{2\cdot 0{,}51}} = -0{,}34 \ (\ MeB),$$

Отже, енергія електрона віддачі в *МеВ*,

$$T = -\Delta\varepsilon = -(-0{,}34) = 0{,}34 \ \ MeB.$$

Відповідь: *T=0,34 МеВ.*

Приклад 7.5. У явищі Комптона енергія падаючого фотона розподіляється порівно між розсіяним фотоном і електроном віддачі. Кут розсіювання дорівнює θ = $\dfrac{\pi}{2}$. Знайти енергію і імпульс розсіяного фотона.

Розв'язання. Запишемо рівняння Комптона для падаючого фотона:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_{\kappa}\cdot\left(1-\cos\theta\right), \qquad (7.12)$$

де $\lambda^{`}$ – довжина хвилі фотона, що розсіюється;
λ – довжина хвилі фотона, що падає;
λ_c – комптонівська довжина хвилі;
θ – кут розсіювання.
Виходячи з умови задачі, вираз (7.12) приймає вигляд:

$$\lambda = \lambda' + \lambda_{\kappa}\,. \qquad (7.13)$$

Енергія падаючого фотона дорівнює

$$\varepsilon = \varepsilon' + T\,, \qquad (7.14)$$

За умовою задачі

$$\varepsilon' = T;$$

де ε' – енергія розсіяного фотона.
Виразимо енергію фотона через довжину хвилі

к

Відповідно, енергія розсіяного фотона дорівнює:

$$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = T\,.$$

Тоді рівняння (7.14) запишемо у вигляді:

$$\frac{hc}{\lambda} = 2 \cdot \frac{hc}{\lambda'} .$$

Звідси маємо, що $\lambda' = 2\lambda$, або, з урахуванням виразу (7.12), одержимо:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_к = 2\lambda = \lambda_к .$$

Таким чином, довжина хвилі падаючого фотона дорівнює:

$$\lambda = 2{,}43 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

Довжина хвилі розсіяного фотона

$$\lambda' = 2\lambda_к.$$

Тоді енергія розсіяного фотона

$$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{2\lambda_c} . \qquad (7.15)$$

Відповідно, імпульс розсіяного фотона визначається за формулою:

$$P' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{2\lambda_c} . \qquad (7.16)$$

Підставляючи чисельні значення в (7.15) і (7.16), одержимо:

$$\varepsilon' = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 2{,}436 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}26 \ (МеВ);$$

$$P' = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 2{,}43 \cdot 10^{-12}} = 1{,}36 \cdot 10^{-22} \ (кг \cdot м/с).$$

Відповідь: $\varepsilon' = 0{,}26$ *МеВ;* $P'_ф = 1{,}36 \cdot 10^{-22}$ *кг·м/с*

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язання.

7.3.1. В наслідок ефекту Комптона, фотон при зіткненні з електроном був розсіяний на кут 60^0. Енергія розсіяного фотона $\varepsilon_2 = 0{,}3$ *МеВ*. Визначити енергію фотона ε_1 до розсіювання і енергію електрона віддачі.

7.3.2 Рентгенівське випромінювання із частотою $\nu = 3 \cdot 10^{10}$ *Гц* розсіюється електронами, які можна вважати практично вільними.

Визначити максимальну довжину хвилі λ_{max} рентгенівського випромінювання в розсіяному світлі.

7.3.3 Яка частина енергії фотона з енергією $\varepsilon_1=0,51\ MeB$ припадає на електрон віддачі при ефекті Комптона, якщо фотон розсіявся на кут $\theta = 90^0$.

7.3.4 Визначити максимальну зміну довжини хвилі $\Delta\lambda_{max}$ при комптонівському розсіюванні світла на вільних електронах.

7.3.5 Визначити імпульс електрона віддачі, якщо фотон з енергією $\varepsilon_1 = 1,53\ MeB$ у результаті розсіювання на вільному електроні втратив 1/3 своєї енергії.

7.3.6 Визначити кінетичну енергію електрона віддачі T, якщо при ефекті Комптона фотон з енергією $\varepsilon_1=0,51\ MeB$ був розсіяний на вільному електроні на кут $\theta = 180^0$.

7.3.7 Енергія розсіяного фотона на вільному електроні у два рази менше, ніж падаючого фотона. Визначити кут розсіювання, якщо енергія до розсіювання дорівнювала $\varepsilon_1=0,51\ MeB$.

7.3.8 Визначити зміну довжини хвилі $\Delta\lambda$ при комптонівському розсіюванні світла на вільних протонах, кут розсіювання 90^0. Яку енергію ε_2 має при цьому розсіяний фотон, якщо енергія падаючого фотона $\varepsilon_1 = 1,02\ MeB$?

7.3.9 В наслідок ефекту Комптона фотон при зіткненні з електроном був розсіяний на кут 45^0. Енергія розсіяного фотона $\varepsilon_2=0,25\ MeB$. Визначити енергію фотона ε_1 до розсіювання а також імпульс електрона віддачі.

7.3.10 Енергія розсіяного фотона на вільному електроні у два рази менше, ніж падаючого фотона. Визначити кінетичну енергію електрона віддачі, якщо енергія до розсіювання дорівнювала $\varepsilon_1=0,51 MeB$

Контрольні запитання

1 У чому полягає ефект Комптона?

2 Чим пояснюється явище Комптона?

3 Записати закон збереження енергії при взаємодії випромінювання з речовиною?

4 Як записати закон збереження імпульсу при взаємодії рентгенівських фотонів з вільними електронами речовини?

5 Як змінюється довжина хвилі розсіяного випромінювання?

6 Як записується формула Комптона?

7 Що називається комптонівською довжиною хвилі електрона?

8 Що називається комптонівською довжиною хвилі частинки?

9 Від чого залежить зміна довжини хвилі розсіяного випромінювання?

10 Як визначити імпульс розсіяного фотона?

11 Як визначити імпульс електрона віддачі?

12 Як визначити кінетичну енергію вільного електрона віддачі?

8 Елементи квантової механіки і фізики атома

Основні поняття та формули.

В основі теорії Бора про квантову теорію атома лежать постулати:

1) електрон в атомі має ряд дискретних дозволених енергетичних станів, перебуваючи в яких він не випромінює і не поглинає енергію.

2) в стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по коловій орбіті, повинен мати квантові значення моменту імпульсу, які задовольняють умову

$$L_n = \hbar n, \qquad \text{або} \qquad m\upsilon_n r_n = \hbar n,$$

де m — маса електрона;

υ_n — швидкість електрона на n-*й* орбіті;

r_n — радіус n-ї стаціонарної орбіти;

$\hbar$ — постійна Планка;

n — головне квантове число (n = 1, 2, 3,…)...

3) При переході атома з одного стаціонарного стану в інший випромінюється або поглинається один фотон з енергією $h\nu$, яка дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k.$$

Радіус n-ї стаціонарної орбіти

$$r_n = a_0 n^2,$$

де $a_0 = \dfrac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{me^2} = 0{,}528 \cdot 10^{-10}\ м$ — перший борівський радіус.

Енергія електрона в водноподібнеподібній системі дорівнює сумі його кінетичної і потенціальної енергій в електростатичному полі ядра:

$$E_n = \frac{m\upsilon^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}.$$

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n},$$

$$E_n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}, \quad E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 me^4}{8h^2 \varepsilon_0{}^2}.$$

$$E_n = -E_i / n^2,$$

де E_i — енергія іонізації атома водню.

Енергія, що випромінюється або поглинається атомом водню:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = E_{n_2} - E_{\kappa} \quad \text{або} \quad \varepsilon = E_i\left(1/n^2 - 1/\kappa^2\right),$$

де n і κ — квантові числа, що відповідають енергетичним рівням, між якими відбувається перехід електрона в атомі.

Спектроскопічне хвильове число

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{\kappa^2}\right),$$

де λ — довжина хвилі випромінена або поглинена атомом;

R — постійна Ридберга.

Рух мікрочастинок пов'язаний з хвильовим процесом, довжина хвилі якого визначається по формулі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon}, \quad \lambda = 2\pi\hbar/p,$$

де $p = m\upsilon$ — імпульс частинки.

Зв'язок імпульсу частинки з кінетичною енергією:

а) $p = m_0\upsilon, \quad p = \sqrt{2m_0T}$, –в класичній механіці

≥

б) $p = m\upsilon = \dfrac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}; \quad p = \dfrac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T}$, - в релятивістській механіці,

де m_0 — маса спокою частинка;

m — релятивістська маса;

υ — швидкість частинка;

c — швидкість світла у вакуумі;

E_0 — енергія спокою частинка ($E_0 = m_0c^2$).

В зв'язку з корпускулярно-хвильовою двоїстістю об'єктів мікросвіту на класичний метод описування їх руху накладаються обмеження – неможливо одночасно визначити їх імпульси і координати. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга:

а) для координати і імпульсу:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,,$$

де Δx — невизначеність координати частинки;

Δp_x — невизначеність проекції імпульсу на вісь *X*,
б) для енергії і часу:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar ,$$

де ΔE — невизначеність кінетичної енергії частинки в деякому стані;

Δt — час життя квантової системи в даному енергетичному стані.

Для опису стану мікрооб’єкта вводиться хвильова функція, яка задовольняє ряд обмежуючих умов.

Основним рівнянням нерелятивістської фізики є рівняння Шредінгера – це математичний вираз принципу причинності в квантовій механіці.

Одномірне рівняння Шредінгера для стаціонарних станів:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0 ,$$

де $\psi(x)$ — хвильова функція, що описує стан частинка;

m — маса частинки;

E — повна енергія;

U= *U*(*x*) — потенціальна енергія частинки.

Густина імовірності:

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2 ,$$

де $d\omega(x)$ — імовірність того, що частинка може бути виявлена поблизу точки з координатою *x* на ділянці *dx*.

Імовірність виявлення частинки в інтервалі від x_1 до x_2:

$$\omega(x) = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx .$$

Розв’язання рівняння Шредінгера для одномірної, нескінченно глибокої прямокутної потенційної ями :

а) $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{\pi n}{l} x$ – власна нормована хвильова функція;

б) $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ – власні значення енергії частинки , де n — квантове число (n = 1, 2, 3,…),

l—ширина ящика.

Квантова механіка приводить до принципово нового явища, яке називається тунельним ефектом, в результаті якого мікрооб’єкт може пройти через потенціальний бар’єр.

Коефіцієнт прозорості потенціального бар’єра прямокутної форми

$$D=e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}l}.$$

Стан електрона в атомі водню описує функція

$$\Psi = Ae^{-r/a},$$

де r – відстань електрона до ядра,

a – перший борівський радіус.

Приклади розв’язання задач

Приклад 8.1. Обчислити довжину хвилі де Бройля протона, кінетична енергія якого в чотири рази менше його енергії спокою.

Розв’язання. Довжина хвилі де Бройля визначається за формулою

$$\lambda = \frac{h}{p}, \qquad (8.1)$$

де h – постійна Планка,

p – імпульс частинки.

Оскільки за умовою задачі кінетична енергія протона T менше в 4 рази енергії спокою E_0 протона ($T = \frac{E_0}{4}$), то його імпульс визначається за релятивістською формулою

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2E_0)}, \qquad (8.2)$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Підставляючи в вираз (8.2) умову $T = \frac{E_0}{4}$, одержимо

$$p = \frac{3E_0}{4c}. \qquad (8.3)$$

Тоді, підставивши вираз (8.3) в формулу (8.1) одержимо:

$$\lambda = \frac{4}{3} \cdot \frac{hc}{E_0}.$$

Підставляючи в отриману формулу задані значення величин, виконаємо обчислення:

$$\lambda = \frac{4 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{-10}} = 1{,}77 \cdot 10^{-15}\,(м).$$

Відповідь: $\lambda = 1{,}77 \cdot 10^{-15}\,м$.

Приклад 8.2 Частинка знаходиться в основному стані (*n=1*) в одномірному потенційному ящику шириною *l* з абсолютно непроникними стінками. Знайти ймовірність перебування частинка в області $0 < x < l/3$.

Розв'язання. Імовірність перебування частинки в одномірному нескінченно глибокому потенційному ящику в інтервалі *dx* виразимо через густину імовірності $|\Psi(x)|^2$:

$$d\omega = |\Psi(x)|^2\, dx.$$

Звідси ймовірність знайти частинку в інтервалі $x_1 < x < x_2$ виразиться інтегралом

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2\, dx,$$

де $x_1=0$, $x_2=l/3$.

Власна хвильова функція для частинки в нескінченно глибокому потенційному ящику має вигляд

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right).$$

Тоді ймовірність дорівнює

$$\omega = \frac{2}{l}\int_0^{l/3} \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx.$$

Використовуючи співвідношення $\sin^2 \alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$, виконаємо обчислення:

$$\omega = \frac{1}{l}\left[\int dx - \int \cos\frac{2\pi x}{l}\,dx\right] = \frac{1}{l}\left[\frac{l}{3} - \frac{l}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{l}\right] = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0{,}195.$$

Відповідь:ω = 0,195.

Задачі для закріплення теорії та навичок їх розв'язання.

8.1.1 Визначити енергію ΔT, яку необхідно додатково надати електрону, щоб його дебройлівськая довжина хвилі зменшилася від λ1=0,2 нм до λ2=0,1нм.

8.1.2 На скільки відносно кімнатної повинна змінитися температура ідеального газу, щоб дебройлівська довжина хвилі λ його молекул зменшилася на 20%?

8.1.3 Паралельный пучок моноенергетичних електронів падає нормально на діафрагму у вигляді вузької прямокутної щілини, ширина якої *a=0,06 мм*. Визначити швидкість цих електронів, якщо відомо, що на екрані, що відстоїть від щілини на відстань *l = 40 мм*, ширина центрального дифракційного максимуму *b=мкм*.

8.1.4 катодної трубки на діафрагму з вузькою прямокутною щілиною нормально до площини діафрагми спрямований потік моноенергетичних електронів. Визначити анодну напругу трубки, якщо відомо, що на екрані, що відстоїть від щілини на відстань *l=0,5 м*, ширина центрального дифракційного максимуму *Δx=10,0 мкм*. Ширину *b* щілини прийняти рівною 0,10 мм.

8.1.5 Електрон має кінетичну енергію *T=1 кеВ*. Визначити додаткову енергію ΔT, яку необхідно йому надати для того, щоб довжина хвилі λ де Бройля зменшилася в три рази.

8.1.6 Визначити довжини хвиль де Бройля α-частинки і протона, що пройшли однакову прискорювальну різницю потенціалів *U=1 кВ*.

8.1.7 Протон рухається в магнітному полі з індукцією B = 15 мТл по колу радіусом *R = 14 см*. Визначити довжину хвилі де Бройля для протона.

8.17 Кінетична енергія T електрона дорівнює подвоєному значенню його енергії спокою ($2m_oc^2$). Обчислити довжину хвилі λ де Бройля для такого електрона.

8.1.8 Яку довжину хвилі де Бройля має електрон, що знаходиться в атомі водню на третій боровській орбіті?

8.1.9 На скільки повинен змінитися імпульс протона, що рухається зі швидкістю $\upsilon=1{,}5\cdot10^4$ м/с, щоб його дебройлівска довжина хвилі λ зменшилася на 20%?

8.1.10 Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію електрона, що рухається усередині сфери радіусом R=0,05 нм.

8.1.11 Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити найменші помилки $\Delta\upsilon$ у визначенні швидкості електрона і протона, якщо координати центра мас цих частинок можуть бути встановлені з невизначеністю 1 мкм.

8.1.12 Яка повинна бути кінетична енергія Т протона в моноенергетичному пучку, що використовується для дослідження структури з лінійними розмірами $l \approx 10^{-13}$ *см*?

8.1.13 Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити ширину l одномірного потенційного ящика, у якому мінімальна енергія електрона $E_{min}=10$ *еВ*.

8.1.14 Альфа-частинка знаходиться в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику. Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити ширину l ящика, якщо відомо, що мінімальна енергія α-частинки $E_{min}= 8$ *МеВ*.

8.1.15 Середній час життя атому в збудженому стані становить $\Delta t \approx 10^{-8}$ с. При переході атома в нормальний стан випускається фотон, середня довжина хвилі $\langle\lambda\rangle$ якого дорівнює *600 нм*. Оцінити ширину $\Delta\lambda$ випромінюваної спектральної лінії, якщо не відбувається її розширення за рахунок інших процесів.

8.1.16 Електронний пучок прискорюється в електронно-променевій трубці різницею потенціалів *0,5 кВ*. Вважаючи, що невизначеність імпульсу дорівнює 0,1 % від його чисельного значення, визначити невизначеність координати електрона.

8.1.17 Електрон знаходиться в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику шириною $l=0,1$ *нм*. Визначити в електрон-вольтах найменшу різницю енергетичних рівнів електрона.

8.1.18 Вважаючи, що електрон знаходиться усередині атома діаметром *0,3 нм*, визначити невизначеність енергії електрона

8.1.19 Визначити відносну невизначеність $\Delta p/p$ імпульсу частинки, що рухається, вважаючи, що невизначеність її координати дорівнює довжині хвилі де Бройля.

8.1.20 Частинка знаходиться в нескінченно глибокій, одномірній, прямокутній потенційній ямі. Визначити відношення різниці сусідніх енергетичних рівнів $\Delta E_{n,n+1}$ до енергії E_n частинки в таких випадках: 1) n=2; 2) n=5; 3) $n=\infty$.

8.1.21 Частинка знаходиться в нескінченно глибокій, одномірній, прямокутній потенційній ямі шириною $l=0,1$ *нм*. Визначити в електрон-вольтах найменшу різницю енергетичних рівнів електрона.

8.1.22 Частинка в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику шириною l знаходиться в збудженому стані (n=3). Визначити, у яких точках інтервалу $0<x<l$ густина імовірності знаходження частинки має максимальне і мінімальне значення.

8.1.23 У прямокутній потенційній ямі шириною l з абсолютно непроникними стінками ($0<x<l$) знаходиться частинка в основному стані. Знайти ймовірність ω місцезнаходження цієї частинка в області $l/4<x<3l/4$.

8.1.24 Частинка в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику знаходиться в основному стані. Яка ймовірність ω виявлення частинки в крайній чверті ящика?

8.1.25 Електрон знаходиться в основному стані в прямокутній ямі шириною l з абсолютно непроникними стінками. У скільки разів відрізняються ймовірності місцезнаходження частинка: ω_1 – у крайній третині і ω_2 – у крайній чверті ящика?

8.1.26 Електрон знаходиться в нескінченно глибокому, одномірному, прямокутному потенційному ящику шириною l. У яких точках в інтервалі $0<x<l$ густина ймовірності знаходження електрона на другому і третьому енергетичних рівнях однакові? Обчислити густину імовірності для цих точок. Розв'язання пояснити графіком.

8.1.27 Частинка знаходиться в нескінченно глибокій одномірній потенційній ямі шириною l. Обчислити відношення ймовірностей знаходження частинки в межах від 0 до $l/4$ для першого і другого енергетичних рівнів.

8.1.28 Використовуючи умову нормування ймовірностей, визначити нормувальний коефіцієнт A хвильової функції $\Psi = Ae^{-r/a}$, що описує стан електрона в атомі водню, де r – відстань електрона до ядра, a – перший борівський радіус.

Контрольні запитання.

1. Сформулюйте постулати Бора.

2.Запишіть формулу для дозволених значень енергії електрона в атомі водню.

3.Які значення (відповідно до теорії Бора) може приймати момент імпульсу електрона в атомі водню?

4. У чому полягає корпускулярно - хвильовий дуалізм властивостей матерії? Приведіть приклади явищ, що підтверджують корпускулярно - хвильовий дуалізм.

5.У чому полягає гіпотеза де Бройля? Запишіть і поясніть формулу де Бройля для довжини хвилі і частоти хвильового процесу, що відповідає частинці, що рухається.

6. В атомній і ядерній фізиці часто використовують внесистемні одиниці виміру енергії – електрон-вольт і довжини хвилі – ангстрем. Як ці одиниці виміру зв'язані з одиницями СИ?

7. Чому при відбиванні пучка електронів невеликих енергій від поверхні монокристалу спостерігається дифракційна картина? Запишіть вираз, що визначає умову виникнення дифракційних максимумів і поясніть його.

8.Сформулюйте принцип невизначеності Гейзенберга.

9. Запишіть співвідношення невизначеності для координати і імпульсу, для енергії і моменту часу і поясніть їх.

10. Як, знаючи невизначеність у значенні енергії, знайти невизначеність значення довжини хвилі?

11.Як, знаючи невизначеність значення імпульсу, визначити невизначеність значення довжини хвилі?

12. Що таке невизначеність у визначенні імпульсу на прикладі пучка електронів, на прикладі електронно-променевої трубки? Чому дорівнює невизначеність у визначенні координати електрона при формуванні електронного пучка?

13. Запишіть рівняння Шредінгера для вільної частинки, що рухається, і поясніть його.

14.Який вид має рівняння Шредінгера для частинки, що рухається в стаціонарному силовому полі?

15.Який зміст має квадрат модуля хвильової функції? Що таке відносна густина імовірності перебування частинки в даній області?

16. Який вигляд має хвильова функція, що описує стан частинки в нескінченно глибокій одномірній прямокутній потенційній ямі? Чим відрізняються хвильові функції, що описують частинки в такій потенційній ямі на різних енергетичних рівнях?

17.На якій відстані від стінки потенційної ями імовірність перебування частинки на першому, другому і т.д. рівнях максимальна?

18. Запишіть вираз для власних значень енергії частинки, що знаходиться в нескінченно глибокій одномірній прямокутній потенційній ямі. Від чого залежить відстань між сусідніми рівнями енергії.

19. Запишіть рівняння Шредінгера для воднеподібного іона і поясніть його. У яких випадках це рівняння має однозначні кінцеві і неперервні рішення?

20.Який зміст мають позитивні і негативні значення енергії електронів?

21.Запишіть вираз для можливих значень енергії електрона у воднеподібному іоні.

22.Якими квантовими числами характеризується стан електрона в атомі? Які значення можуть приймати ці квантові числа?

23.У чому полягає принцип Паулі? Як позначають стан електрона в атомі? Які переходи між енергетичними рівнями допускає «правило відбору»?

24. Як виникають серії спектральних ліній в атомарних спектрах випромінювання і поглинання?

25.Запишіть формули для серій Лаймана, Бальмера, Пашена, Бреккета, Пфунда. Як визначити границі серій?

8.2 Фізика атомного ядра. Радіоактивність

Основні поняття та формули.

Масове число ядра (число нуклонів у ядрі):

$$A=Z+N,$$

де Z — зарядове число (кількість протонів);
N — кількість нейтронів.
Дефект маси ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я ,$$

де Z — зарядове число (кількість протонів у ядрі);
A — масове число (кількість нуклонів у ядрі);
$(A\text{-}Z)$ — кількість нейтронів у ядрі;
m_p — маса протона;
m_{n} — маса нейтрона;
$m_я$ — маса ядра.

Енергія зв'язку ядра:

$$E_{св} = \Delta mc^2 ,$$

де Δm — дефект маси ядра;
c — швидкість світла у вакуумі.
У несистемних одиницях енергія зв'язку ядра дорівнює $E_{св} = 931\Delta m$, де дефект маси Δm – в *а.е. м.*;
931 — коефіцієнт пропорційності (*1 а.е. м. ~931 МеВ*).

Закон радіоактивного розпаду:

$$dN = -\lambda N dt \text{, або } N = N_0 e^{-\lambda t} ,$$

де dN — кількість ядер, що розпадаються за інтервал часу dt;
N — кількість ядер, що не розпалися до моменту часу t;
N_0 — кількість ядер у початковий момент ($t=0$);
λ— постійна радіоактивного розпаду.

Кількість ядер, що розпалися за час t:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

У випадку, якщо інтервал часу Δt, за який визначається кількість ядер, що розпалися, багато менше періоду напіврозпаду $T_{1/2}$, то кількість ядер, що розпалися, можна визначити за формулою

$$\Delta N = \lambda N \Delta t .$$

Зв’язок періоду напіврозпаду з постійною радіоактивного розпаду:

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0{,}693 / \lambda .$$

Середній час τ життя радіоактивного ядра, тобто інтервал часу, за який кількість ядер, що розпалися, зменшується в e разів:

$$\tau = 1/\lambda .$$

Кількість N атомів, що знаходяться в радіоактивному ізотопі:

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A ,$$

де m — маса ізотопу;
M — молярна маса;
N_A — постійна Авогадро.
Активність A радіоактивного ізотопу:

$$A = -dN/dt = \lambda N \text{ або } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} ,$$

де dN — кількість ядер, що розпадаються за інтервал часу dt;
A_0 — активність ізотопу в початковий момент часу.
Питома активність ізотопу:

$$a = A/m .$$

Приклад 8.3. Обчислити дефект маси Δm і енергію зв'язку $E_{св}$ ядра ${}^{11}_{5}B$.

Розв’язання. Дефект маси ядра визначимо за формулою

$$\Delta m = Z m_{{}^1_1H} + (A - Z) m_n - m_a. \quad (8.4)$$

Обчислення дефекту маси виконаємо у позасистемних одиницях *(а.е. м.)*. Для ядра ${}^{11}_{5}B$ $Z=5$, $A = 11$. Маси нейтральних атомів водню $({}^{1}_{1}H)$ і бора $({}^{11}_{5}B)$, а також нейтрона *(n)* знайдемо за табл. А. 16.

Підставимо знайдені маси у вираз (8.4) і виконаємо обчислення:

$$\Delta m = [5\cdot 1{,}00783 + (11 - 5)\cdot 1{,}00867 - 11{,}00931] \text{ а.е. м.},$$

або

$$\Delta m = 0{,}08186 \text{ а.е.м.}$$

Енергія зв'язку ядра визначається співвідношенням

$$E_{зв} = \Delta mc^2)$$

Енергію зв'язку ядра також знайдемо у позасистемних одиницях *(МеВ)*. Для цього дефект маси підставимо у вираз (121) в *а.е. м.*, а коефіцієнт пропорційності (c^2) – у *МеВ/(а.е. м.)*, тобто

$$E_{зв} = 931\cdot 41{,}08186 \text{ МеВ} = 76{,}24 \text{ МеВ},$$

і округлимо отриманий результат до трьох значущих цифр:

$$E_{зв} = 76{,}2 \text{ МеВ}.$$

Відповідь: $E_{зв}=76{,}2$ *МеВ*.

Приклад 8.4. Визначити питому енергію зв'язку ядра ${}^{7}_{3}Li$.

Розв'язання. Питома енергія зв'язку – це енергія зв'язку ядра, що приходиться на один нуклон:

$$E_{пит} = E_{св} / c^2,$$

або

$$E_{пит} = \frac{c^2}{A}[Zm_{{}_{1}^{1}H} + (A - Z)m_n - m_a].$$

Підставимо в цю формулу значення величин (див. *табл. А.16, А.18*) і виконаємо обчислення:

$$E_{пит} = \frac{931.4}{7}\ [3\cdot 1{,}00783 + (7\text{-}3)\ \text{-}1{,}00867\text{-}7{,}01601] \text{ МеВ/нуклон} =$$
$$=5{,}61 \text{ МеВ/нуклон}.$$

Відповідь: $E_{уд}=5{,}61$ *МеВ/нуклон*.

Приклад 8.3. Визначити енергію *E*, яку потрібно затратити для відриву нейтрона від ядра ${}^{23}_{11}Na$.

Розв'язання. Після відриву нейтрона від ядра, число нуклонів A в ядрі зменшиться на одиницю, а число протонів Z залишиться незмінним: ^{22}Na. Ядро ^{22}Na можна розглядати як стійку систему, що утворилася в результаті захоплення вільного нейтрона ядром ^{22}Na. Енергія відриву нейтрона від ядра ^{22}Na дорівнює енергії зв'язку нейтрона з ядром ^{22}Na $(E=E_{зв})$.

Виразивши енергію зв'язку нейтрона через дефект маси системи, одержимо:

$$E = E_{зв} = з^2 \Delta\ m = з^2\ (m^{22}Na\ + m_n - M \cdot\cdot {}^{22}Na\ ).$$

При підстановці числових значень заміняємо маси ядер масами нейтральних атомів. Оскільки число електронів в оболонках атомів ^{22}Na і ^{23}Na однакове, то різниця мас атомів ^{23}Na і ^{22}Na від такої заміни не зміниться:

$$E = 931{,}4\ МеВ/а.\ е.\ м.\ 0{,}01334\ а.\ е.\ м. = 12{,}42\ МеВ.$$

Після округлення:

$$E=12{,}4\ МеВ.$$

Відповідь: $E=12{,}4\ МеВ$.

Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язання.

8.1 Визначити середній час життя τ атома радіоактивного ізотопу $^{60}_{27}Co$

8.2 Знайти період напіврозпаду T1/2 радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час t=10 діб зменшилася на 24% у порівнянні з попередньою.

8.3 Визначити, яка частинка радіоактивного ізотопу $^{225}_{89}Ac$ розпадається протягом часу t=6 діб.

8.4 Активність А деякого ізотопу за час t=10 діб зменшилася на 20%. Визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ цього ізотопу.

8.5 Визначити масу m ізотопу $^{131}_{53}I$, що має активність A=37 ГБк.

8.6 Лічильник α-частинок, що установлений поблизу радіоактивного ізотопу, при першому вимірі реєстрував N_1=1400 частинок за хвилину, а через час t=4 год. – тільки N_2=400. Визначити період напіврозпаду T1/2 ізотопу.

8.7 У скільки разів зменшиться активність ізотопу $^{32}_{15}P$ через час t=20 діб?

8.8 Період напіврозпаду іридію становить 74 доби. На скільки відсотків зменшиться активність ізотопу іридію $^{192}_{77}Ir$ за час t=15 діб?

8.9 Визначити число N ядер, що розпадаються протягом часу: 1) t1=1 хв; 2) t_2=5 діб, – у радіоактивному ізотопі фосфору $^{32}_{15}P$ масою m=1 мг.

8.10 Потужність Р двигуна атомного корабля становить 15 МВт, його ККД Дорівнює 30%. Визначити, скільки ядерного палива витрачається за місяць роботи цього двигуна.

8.11 Визначити дефект маси Δт і енергію зв'язку Езв ядра атома гелію $^{4}_{2}He$.

8.12 Визначити дефект маси Δт і енергію зв'язку Езв ядра атома алюмінію $^{27}_{13}Al$.

8.13 Визначити енергію зв'язку Езв, дефект маси Δт і питому енергію зв'язку Епит. ядра атома кисню $^{16}_{8}O$.

8.14 Обчислити дефект маси Δт, енергію зв'язку $E_{зв}$ і питому енергію зв'язку Епит ядра $^{27}_{12}Mg$.

8.15 Визначити дефект маси Δт і питому енергію зв'язку $E_{пит}$ ядра атома гелію $^{4}_{2}He$

8.16 Обчислити енергію ядерної реакції

$$n+^{10}_{3}B\to^{7}_{3}Li+^{4}_{2}He.$$

8.17 Обчислити енергію ядерної реакції

$$p+^{11}_{5}B\to 3^{4}_{2}He.$$

8.18 Обчислити енергію ядерної реакції

$$^{2}_{1}H+^{3}_{1}H\to^{4}_{2}He+n.$$

8.19 Обчислити енергію ядерної реакції

$$^{4}_{2}He+^{14}_{7}N\to^{16}_{8}O+p.$$

8.20 Визначити граничну енергію утворення електронно-позитронної пари в кулонівському полі електрона, що відбувається за схемою

$$\gamma+e^{-}\to e^{-}+e^{+}+e^{-}.$$

Контрольні запитання

1 Які частинки входять до складу атомного ядра?
2 Що таке нуклони?
3 Чим визначається зарядове і масове числа?
4 Яке число визначає належність ядра даному хімічному елементу?

5 За якою формулою можна визначити приблизне значення радіуса ядра?

6 Що розуміють під енергією зв'язку і дефектом маси ядра?

7 Що означає питома енергія зв'язку нуклонів в ядрі?

8 Які ядра називають ізотопами, ізобарами, ізотонами, ізомерами? Приведіть приклади.

9 Які властивості мають ядерні сили?

10 Що таке віртуальні частинки? Яка їхня роль в сильній взаємодії нуклонів?

11 Які частинки відносяться до мезонів?

12 Які схеми описують: а) розпади піонів і мюонів; б) обмінну взаємодію нуклонів?

13 Що називають радіоактивністю?

14 Як записується закон радіоактивного розпаду? Пояснити його.

15 Що розуміють під періодом напіврозпаду ядер даної речовини?

16 Що таке середній час життя радіоактивного ядра?

17 Що називають активністю радіоактивної речовини? Як вона змінюється з часом?

18 Який зв'язок існує між кількістю радіоактивної речовини і її активністю?

19 Що собою являють α- і β- частинки? Які загальні схеми α- і β-розпадів?

20 Які закони збереження виконуються при α- і β-розпадах?

21 Що теке γ- промені?

22 Чому α-розпад супроводжується випромінюванням γ- променів?

23 Сформулюйте закони зміщення при радіоактивному розпаді.

24.Як визначити енергію ядерної реакції?

Список рекомендованої літератури

1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. - М: Высш. шк., 2003. - 541с. - ISBN 5-06-003634-0.

2. **Савельев, И. В.** Курс общей физики / И.В. Савельев. - Т. 1. - М.,1982. - 432 с.; Т. 2. - М., 1982. - 496 с..

3. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие для студ. втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. - 2.изд., испр. и доп. - М. : Висшая школа, 1999. - 718с. : ил. - ISBN 5-06-003556-5.

4. Бушок, Г. Ф. Курс фізики / Г. Ф. Бушок, Е. Ф. Венгер. – К. : Либідь, 2001. – Кн. 2. – 424 с. – ISBN 960-06-0029-1.

5. Волькенштейн, В. С. Зборник задач по общему курсу физики : для студ. техн. вузов / В. С. Волькенштейн. - 3-е изд., испр. и доп. - Спб. : Книжний мир, 2003. - 327с. - ISBN 5-86457-2357-7.

6. Чертов, А. Г. Задачник по физике : учеб. пособие для студ. втузов / А. Г. Чертов. – 6-е изд., испр. – М. : Прес^-прес-інтеграл-прес, 1997. – 544с. – ISBN 5-89602-001-5.

7. Фирганг, Е. В. Руководство к решению задач по общему курсу физики / Е. В. Фирганг. - М. : Высш. шк., 1977. - 357 с.

Додаток А
ТАБЛИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Таблиця А.1 - Основні фізичні постійні

Фізичні постійні	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	,81 м/с^2
Гравітаційна постійна	$\mathbf{G}$	$6{,}67\cdot10^{-11}$м^3/(кг·з^2)
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$
Молярна газова постійна	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постійна Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$Дж/К
Елементарний заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$Кл
Швидкість світла у вакуумі	c	$3{,}00\cdot10^{8}$м/с
Постійна Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$Вт/(м^2·К^4)
Постійна Віна	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$м·К
Постійна Планка	h $\hbar$	$6{,}63\cdot10^{-34}$Дж·з $1{,}05\cdot10^{-34}$Дж·з
Постійна Ридберга	R	$1{,}10\cdot10^{7}$м
Радіус Бора	a_o	$0{,}529\cdot10^{-10}$м
Комптонівська довжина хвилі	λ_c	$2{,}43\cdot10^{-12}$м
Магнетон Бора	μ_B	$9{,}27\cdot10^{-24}$Дж/Тл
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}$Дж (13,6 еВ)
Атомна одиниця маси	а. е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$кг
Електрична постійна	ε_o	$8{,}85\cdot10^{-12}$Ф/м
Магнітна постійна	μ_o	$4\pi\cdot10^{-7}$Гн/м

Таблиця А. 12 – Показник заломлення

Речовина	Показник	Речовина	Показник
Алмаз	2,42	Гліцерин	1,47
Вода	1,33	Скло	1,52
Гліцерин	1.47	Кварц	1,55

Таблиця А.13 - Робота виходу електронів

Метал	*А*, Дж	*А*, еВ
Калій	$3{,}5\cdot10^{-19}$	2,2
Літій	$3{,}7\cdot10^{-19}$	2,3
Платина	$10\cdot10^{-19}$	6,3
Рубідій	$3{,}4\cdot10^{-19}$	2,1
Срібло	$7{,}5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезій	$3{,}2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4\cdot10^{-19}$	4,0

Таблиця А.14 - Маса і енергія спокою деяких частинок

Частинка	*me*		E_o	
	кг	а. е.м.	Дж	МеВ
Електрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частинка	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733

Таблиця А. 15 – Відносні атомні маси (округлені значення) A_r і порядкові номери Z деяких елементів

Елемент	Символ	*Ar*	*Z*	Елемент	Символ	*Ar*	Z
Азот	N	14	7	Марганець	Mn	55	25
Алюміній	Al	27	13	Мідь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молібден	Mo	96	42
Барій	Ba	137	56	Натрій	Na	23	11
Ванадій	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водень	H	1		Нікель	Ni	59	28

			1				
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелій	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Залізо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сірка	S	32	16
Калій	K	39	19	Срібло	Ag	108	47
Кальцій	Ca	40	20	Вуглець	C	12	6
Кисень	O	16	8	Уран	U	238	92
Магній	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблиця А.16 - Маси атомів легких ізотопів

Ізотоп	Символ	Маса, а.е. м.	Ізотоп	Символ	Маса, а.е. м.
1	2	3	4	5	6
Нейтрон	$^{1}_{0}n$	1. 00867	Берилій	$^{7}_{4}\mathrm{Be}$	7,01693
				$^{9}_{4}\mathrm{Be}$	9,01219
Водень	$^{1}_{1}\mathrm{H}$	1,00783	Бор	$^{10}_{5}\mathrm{B}$	10,01294
	$^{2}_{1}\mathrm{H}$	2,01410		$^{11}_{5}\mathrm{B}$	11,00930
	$^{3}_{1}\mathrm{H}$	3,01605			
Гелій	$^{3}_{2}\mathrm{He}$	3,01603	Вуглець	$^{12}_{6}\mathrm{C}$	12,00000
	$^{4}_{2}\mathrm{He}$	4,00260		$^{13}_{6}\mathrm{C}$	13,00335
				$^{14}_{6}\mathrm{C}$	14,00324
Літій	$^{6}_{3}\mathrm{Li}$	6,01513	Азот	$^{14}_{7}\mathrm{N}$	14,00307
	$^{7}_{3}\mathrm{Li}$	7,01601			
			Кисень	$^{16}_{8}\mathrm{O}$	15,99491
				$^{17}_{8}\mathrm{O}$	16,99913

Таблиця А.17 - Періоди напіврозпаду радіоактивних ізотопів

Ізотоп	Символ	Період напіврозпаду
Актиній	$^{222}_{89}Ac$	10 діб
Йод	$^{131}_{53}I$	8 діб
Магній	$^{27}_{12}Mg$	10 хв
Радій	$^{226}_{88}Ra$	1620 років
Радон	$^{222}_{86}Rn$	3,8 діб
Стронцій	$^{90}_{38}Sr$	27 років
Фосфор	$^{32}_{15}P$	14,3 діб
Церій	$^{144}_{58}Ce$	285 діб
Іридій	$^{131}_{53}Ir$	74 діб

Таблиця А.18 - Маса і енергія спокою деяких частинок

Частинка	m_0		E_o	
	кг	а. е.м.	Дж	МеВ
Електрон	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8{,}16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1{,}50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1{,}51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3{,}00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частинка	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5{,}96 \cdot 10^{-10}$	3733

Таблиця А.19 - Множники і приставки для утворення десятичних кратних і часток одиниць і їх найменувань

Приставка		Множник	Приставка		Множник
Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
екса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}

гига	Г	10^9	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^3	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	так	10^1	атто	а	10^{-18}

Додаток Б Відомості з математики

Б.1 - Деякі формули алгебри і тригонометрії

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a};x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$Z=a+ib;Z=\rho(\cos\varphi+i\sin\varphi)$$

$$Z=\rho e^{i\varphi};|Z|=\rho=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$Z^*=a-ib;Z^*=\rho(\cos\varphi-\sin\varphi)$$

$$Z^*=\rho e^{-i\varphi};Z^*=|Z|^2$$

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x$$

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin y\sin y$$

$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\sin y\cos x$$

$$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

$$\sin 2x=2\sin x\cos y$$

$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$$

$$\sin^2 x=1/2(1-\cos 2x)$$

$$\cos^2 x=1/2(1+\cos 2x)$$

$$\sin ax\sin bx=1/2\cos(a-b)x-1/2\cos(a+b)x$$

$$\sin ax\cos bx=1/2\sin(a+b)x+1/2\sin(a-b)x$$

Б.2 - Формули диференційного і інтегрального обчислення

$$\int x^{m} dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1*};$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x;$$

$$\int \cos xdx = \sin x;$$

$$\int \frac{dx}{x^{2}} = -\frac{1}{x};$$

$$\int \sin xdx = -\cos x;$$

$$\int e^{x} dx = e^{x}.$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^{2}}$$

$$\frac{d(e^{x})}{dx} = e^{x};$$

$$\frac{d(a^{x})}{dx} = a^{x} \ln a$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x;$$

$$\frac{d(tgx)}{dx} = \frac{1}{\cos^{2} x}.$$